都留文科大学

理数系教員統計・データサイエンス授業力向上研修会

STEAM型探究教育：データ分析と批判的思考の実践

統計的探究プロセスと批判的思考

～統計教育の現状と今後の課題～

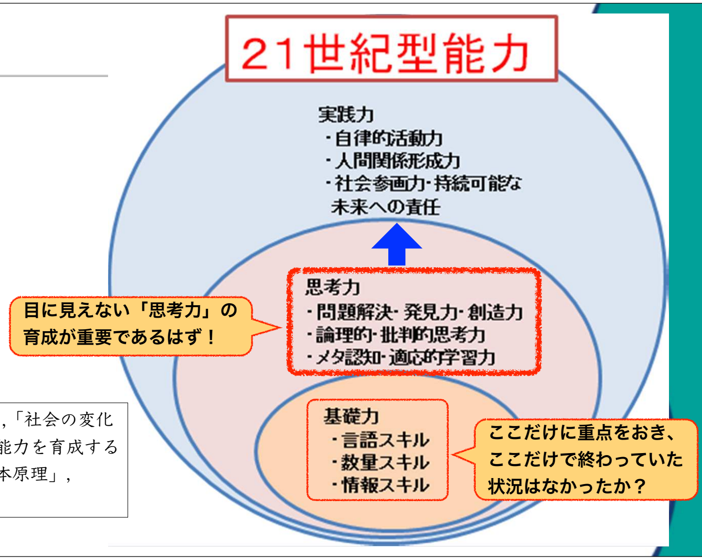
令和７年３月９日(水)

於　北海道大学札幌キャンパス

都留文科大学
新 井　仁

1

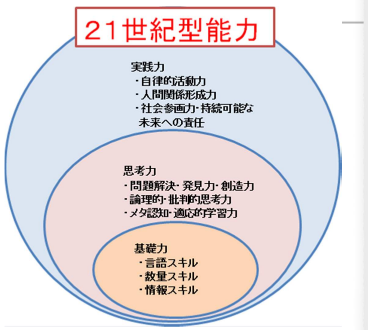
教育の現状と批判的思考



勝野頼彦他(2013),「社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理」，p.26-27　より

3

教育の現状と批判的思考



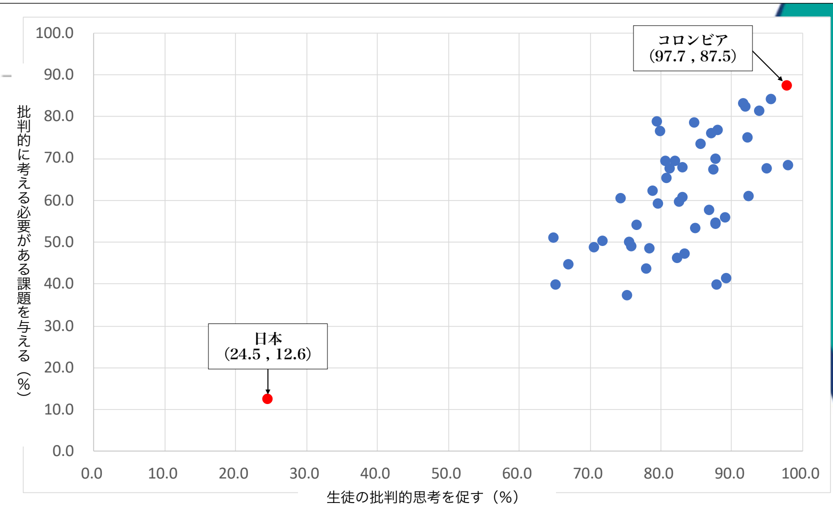
勝野頼彦他(2013),「社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理」，p.26-27　より

21世紀型能力の中核に、「一人ひとりが自ら学び判断し自分の考えを持って、他者と話し合い、考えを比較吟味して統合し、よりよい解や新しい知識を創り出し、さらに次の問いを見つける力」としての「思考力」を位置づける。「思考力」は、問題の解決や発見、アイデアの生成に関わる問題解決・発見力・創造力、その過程で発揮され続ける論理的・批判的思考力、自分の問題の解き方や学び方を振り返るメタ認知、そこから次に学ぶべきことを探す適応的学習力等から構成される。

「批判的…」とは、どういうこと？

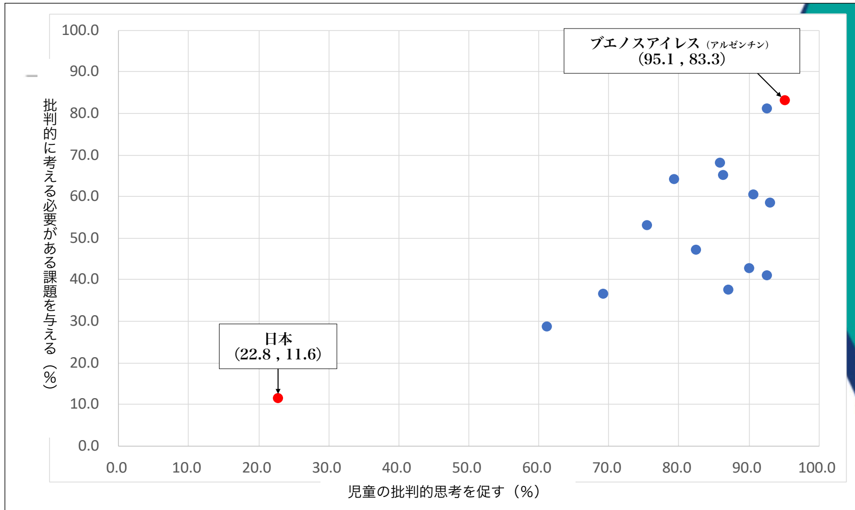
5

批判的思考に関する教育情勢（中学校）



「教員環境の国際比較　TALIS2018」より

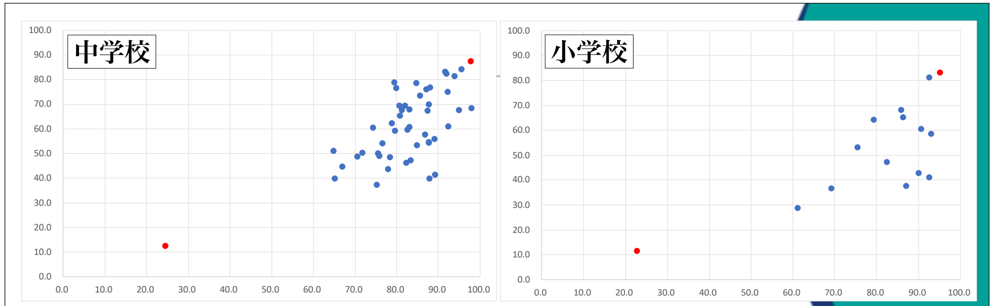
7



批判的思考に関する教育情勢（小学校）

「教員環境の国際比較　TALIS2018」より

8



参加国平均と大きな差がある「批判的に考える必要がある課題を与える」指導実践については、日本語の「批判的」という言葉に含有されうる否定的な印象のために、この質問項目に対し，日本の教員の肯定的な回答の割合が低かった可能性がある。一方、批判的に考えることについては、クリティカル・シンキングといった表現で教育現場でも認識が広がっていると思われる。「批判的に考える必要がある課題を与える」ことは、授業では多面的な視点から考えることや、前提や仮説の妥当性を検討することにもつながり、授業実践において今後も重要な要素といえる。

「教員環境の国際比較　TALIS2018」p.57　より引用

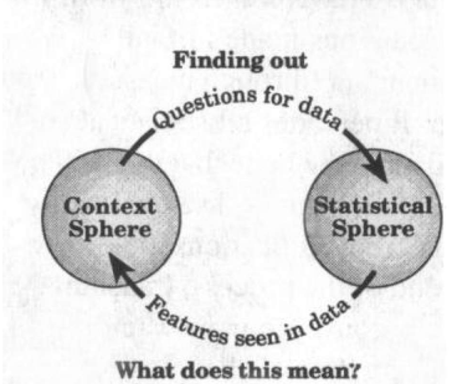
9

統計的探究と数学的活動をつなぐ批判的思考

Weiland（2019）
数学と統計は学問として異なる領域であり，確率によってつながっている．相違点の１つが文脈の有無。
delMas（2004）
数学は文脈から抽象化された構造に焦点を当てるため，
数学的推論では文脈要素は必ずしも必要ない．

Wild-Pfannkuch（1999）は，右図を示し，文脈領域と統計領域を往来することの必要性を述べている。

(b) Shuttling between spheres



10

問題意識の端緒

渡辺美智子，椿広計，三浦由己他（2021）．『問題解決学としての統計学』．日本科連，p.17

統計教育の内容は，数学の内容と関わる部分が多く含まれています．とくにデータの特徴をつかむときの考え方は数学の中で重要視されるべき内容です．加えて「データ処理と確率」を算数・数学の教科の中で学ぶことが，算数・数学の他の内容項目と日常生活の経験との橋渡しになることも大切な点です．
統計的内容を学ぶことで，算数や数学的概念が日常生活にもとづくものであるという認識を生徒が強くもてることは，算数・数学教育の効果的な展開においても必要であり，最近の生徒の数学離れを解決する一つの有効な方策となります．

- 統計的内容の学習は，算数・数学科の学習として大切な意味をもつ一方で，算数・数学とのつながりが希薄になりがち．
- 統計的な内容と数学とのつながりのある授業を展開する必要がある．

統計的内容と数学的内容の橋渡し（数学との往来）に批判的思考が関与するのではないか．

→ 統計的探究プロセスにおける数学との往来に関与する批判的思考の様相を明らかにすること．

11

問題意識の端緒

問題解決学習の重視

問題解決の過程や結果について批判的に振り返り，よりよい解決を目指す.

しかし…

正誤を確認し，誤っていると思われる場合に改めて解き直すという程度. 批判的に考察したからといって，生徒にとって新たな数学と出会ったり，高度な数学を学んだりする機会とはなっていなかった…のではないか.

- リアルデータを用いた問題解決学習において，統計的探究プロセスが位置付き，生徒にとっての新たな数学や高度な数学に触れながら学ぶ「概念学習型」の授業が期待できるのではないか.
- 生徒にとって概念学習型の授業となるきっかけとして批判的思考が関与するのではないか.

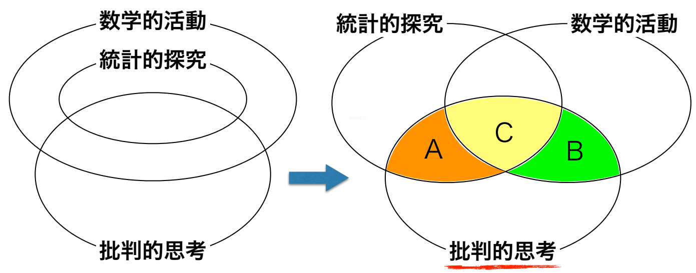
これまでの取り組み

統計的探究プロセスにおける数学との往来に関与する批判的思考の様相を明らかにすることに取り組み…

■ 枠組みの構築
■ 模式図による概観

12

数学的活動・統計的探究・批判的思考

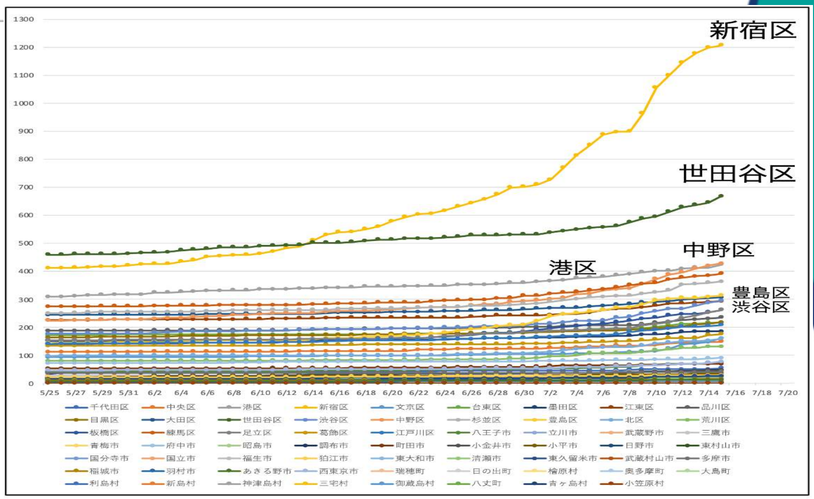


- 丁寧に考え，省察し，よりよい結論を導くための思考
- 適切な基準や根拠に基づく，論理的で，偏りのない思考

「分析(Analysis)」の段階で，学習者が考えたことや得られた結果について丁寧に見直し，問い直し，省察し，より適切な結論を導くために新たな数学や高度な数学を学ぶ機会に移行することが期待できる. 批判的思考には，その移行を促す働きがあると考える.

14

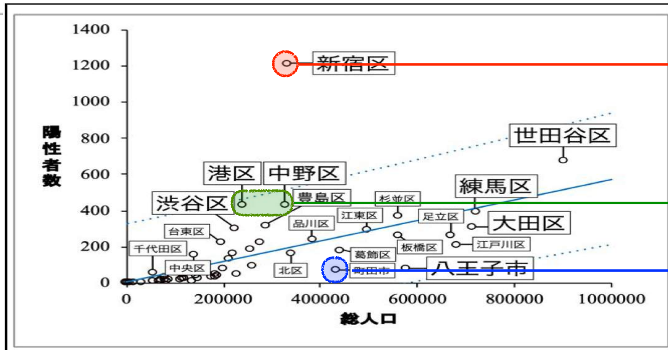
GoToトラベルキャンペーン東京都除外の是非



新型コロナウイルスのデータ分析における探究者の思考の様相（大学4年生の探究）

15

素材分析：総人口と陽性者数



総人口に対して陽性者数が極めて多い。

総人口に対して陽性者数が比較的多い。

総人口に対して陽性者数は比較的少ない。

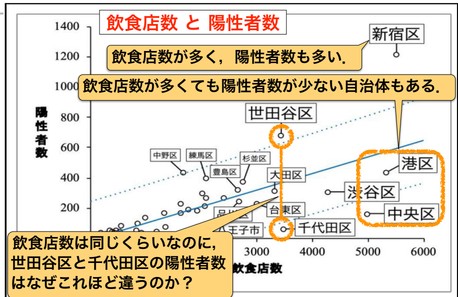
変数名	陽性者数	95%下限	95%上限
総人口	0.621 **	0.418	0.823
R^2	0.385 **		

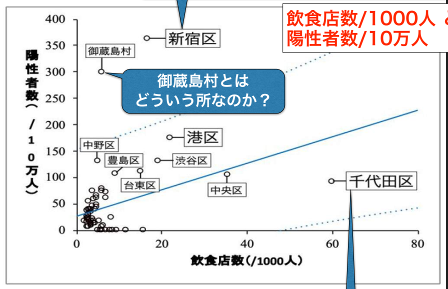
人口が多ければ陽性者数も多い…という訳ではない．なぜか？

16

素材分析：飲食店数と陽性者数

1000人あたりの飲食店数は少ないのに，なぜ10万人あたりの陽性者数はこんなに多いのか？





変数名	陽性者数	95%下限	95%上限	変数名	陽性者数/10万人	95%下限	95%上限
飲食店数	0.783 **	0623	0.944	飲食店数/1000人	0.338 **	0.095	0.581
R^2	0.614 **			R^2	0.114 **		

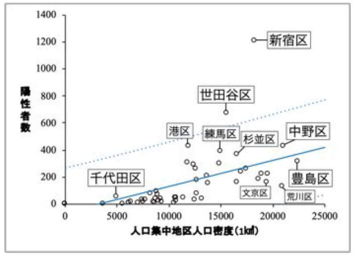
1000人あたりの飲食店数はすごく多いのに，なぜ10万人あたりの陽性者数は少ないのか？

実際の数の相関図と割合の相関図から，自治体の様々な素顔が見えてきたり，疑問点が浮かんできたりする．

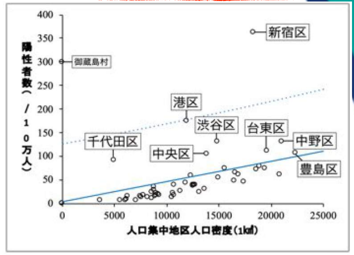
体験に基づいた変数への疑念と変更

「就職活動で東京都内の色々な所へ行ったけど，密の感じが違っていたというか…」というY生の一言から

W生　人口が多ければ陽性者数が多いのは当たり前．
Y生　陽性者数が多いということは，人口が多いはずじゃないですか．でも，新宿は世田谷より陽性者数は多いけど，人口は少ないよね．
W生　新宿と世田谷は，地図を見ると面積がだいぶ違うね．新宿の方が世田谷より人口密度が高いからじゃないかな．
Y生　人口密度については，考慮した方がいいと思います．
S生　人口というのは，住んでいる人口ということですよね．お昼の人口ということではなくて…



人口密度と陽性者数



人口密度と10万人あたりの陽性者数

経験や報道を根拠にした発想

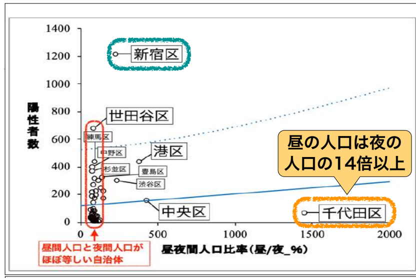
豊島区は，それほど目立つ感じはしないが，連日繁華街での感染拡大に対する懸念が報道されており，その中で「池袋は人が集まっている割には感染拡大がある程度抑えられている」というコメントが出た時期だったため，話題になった．

W生　豊島区は，人口密度が高い割には陽性者数が少ない．池袋は埼玉方面から来ている人が多いからじゃないかな．
S生　千代田区は人口が少ないのに，人口密度と10万人あたりの陽性者数の図で目立っているけど，ビジネス街で日中仕事に来て，千代田区以外にある自分の家に帰る人が多いからかな．

千代田区は様々な省庁があり，ビジネス街という印象が強い．ここで働いている人は多いけれど，住んでいる人は少ないのではないかということから話題になった．

その後，昼夜間人口比と陽性者数との関係を調べ，千代田区の特殊性を認知した．

昼夜間人口比と陽性者数



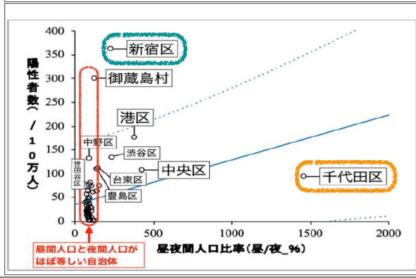
モデル適合指標

R^2（決定係数）：0.060　，　F 値：0.388

標準化回帰係数

変数名	陽性者数	95%下限	95%上限
昼/夜(%)	0.080	−0.177	0.338
R^2	0.006		

$^{**}p<0.01$，$^{*}p<0.05$　$^{+}p<0.10$



モデル適合指標

R^2（決定係数）：0.710　，　F 値：4.563

標準化回帰係数

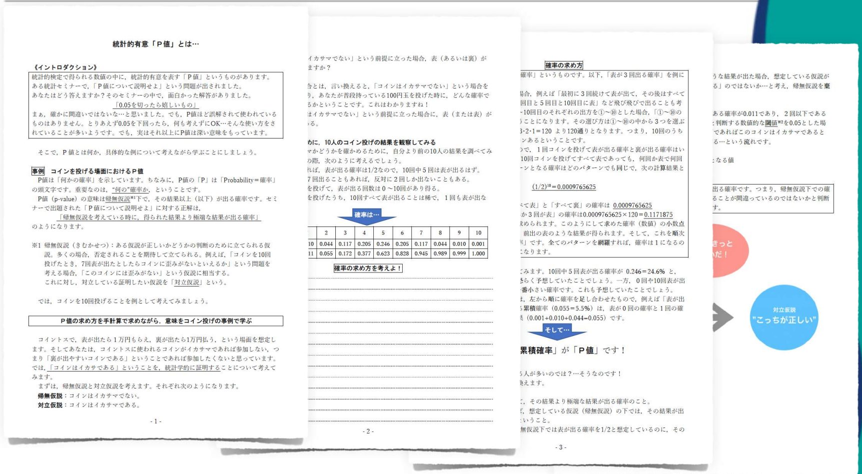
変数名	陽性者数(/10万人)	95%下限	95%上限
昼/夜(%)	0.266 *	0.017	0.515
R^2	0.710 *		

$^{**}p<0.01$，$^{*}p<0.05$　$^{+}p<0.10$

この「p」って何？「*」は何？

3名の学生は，いずれも高校時代に統計について十分な学習を行っていない．大学での統計に関する講義でも，ｐ値については聞き覚えがないという．

新たな指標「ｐ値」についての学習



21

統計的有意「Ｐ値」とは…

《イントロダクション》

統計的検定で得られる数値の中に，統計的有意を表す「Ｐ値」というものがあります。
ある統計セミナーで，「Ｐ値について説明せよ」という問題が出されました。
あなたはどう答えますか？そのセミナーの中で，面白かった解答がありました。

「0.05を切ったら嬉しいもの」

まぁ，確かに間違いではないな…と思いました。でも，P値ほど誤解されて使われているものはありません。とりあえず0.05を下回ったら，何も考えずにOK…そんな使い方をされていることが多いようです。でも，実はそれ以上にP値は深い意味をもっています。

そこで，Ｐ値とは何か，具体的な例について考えながら学ぶことにしましょう。

事例　コインを投げる場面におけるＰ値

P値は「何かの確率」を示しています。ちなみに，P値の「P」は「Probability＝確率」の頭文字です。重要なのは，“何の”確率か，ということです。

P値（p-value）の意味は帰無仮説※1下で，その結果以上（以下）が出る確率です。セミナーで出題された「Ｐ値について説明せよ」に対する正解は，

「帰無仮説を考えている時に，得られた結果より極端な結果が出る確率」

のようになります。

※1 帰無仮説（きむかせつ）：ある仮説が正しいかどうかの判断のために立てられる仮説。多くの場合，否定されることを期待して立てられる。例えば，「コインを10回投げたとき，7回表が出たとしたらコインに歪みがないといえるか」という問題を考える場合，「このコインには歪みがない」という仮説に相当する。
これに対し，対立している証明したい仮説を「対立仮説」という。

では，コインを10回投げることを例として考えてみましょう。

Ｐ値の求め方を手計算で求めながら，意味をコイン投げの事例で学ぶ

コイントスで，表が出たら１万円もらえ，裏が出たら1万円払う，という場面を想定します。そしてあなたは，コイントスに使われるコインがイカサマであれば参加しない，つまり「裏が出やすいコインである」ということであれば参加したくないと思っています。では，「コインはイカサである」ということを，統計学的に証明することについて考えてみます。

まずは，帰無仮説と対立仮説を考えます。それぞれ次のようになります。

帰無仮説：コインはイカサマでない。
対立仮説：コインはイカサマである。

《ここで問題！》

帰無仮説「コインはイカサマでない」という前提に立った場合，表（あるいは裏）が出る確率はどうなりますか？

帰無仮説を考える場合とは，言い換えると，「コインはイカサマでない」という場合を想定しています。つまり，あなたが普段持っている100円玉を投げた時に，どんな確率で表（あるいは裏）が出るかということです。これはわかりますね！

⇒ 帰無仮説「コインはイカサマでない」という前提に立った場合に，表（または表）が出る確率は1/2である。

◇Ｐ値を手計算するために，10人のコイン投げの結果を観察してみる

このコインがイカサマかどうかを確かめるために，自分より前の10人の結果を調べてみることにしました。その際，次のように考えるでしょう。

- 帰無仮説を前提とすれば，表が出る確率は1/2なので，10回中５回は表が出るはず。
- でも，たまたま表が７回出ることもあれば，反対に２回しか出ないこともある。
- つまり，10回コインを投げて，表が出る回数は０～10回があり得る。
- ただし，10回コインを投げたうち，10回すべて表が出ることは稀で，１回も表が出ないことも稀。

確率は…

表が出る回数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
確率	0.001	0.010	0.044	0.117	0.205	0.246	0.205	0.117	0.044	0.010	0.001
累積確率	0.001	0.011	0.055	0.172	0.377	0.623	0.828	0.945	0.989	0.999	1.000

確率の求め方を考えよ！

30

確率の求め方

表に示された確率は，「二項確率」というものです。以下，「表が３回出る確率」を例に説明します。

10回中３回表が出るとした場合，例えば「最初に３回続けて表が出て，その後はすべて裏」ということもあれば，「２回目と５回目と10回目に表」など飛び飛びで出ることも考えられます。つまり，１回目～10回目のそれぞれの出方を①～⑩とした場合，「①～⑩の中のいずれか３つが表」ということになります。その選び方は①～⑩の中から３つを選ぶ組合せなので，${}_{10}C_3=10\cdot9\cdot8/3\cdot2\cdot1=120$ より120通りとなります。つまり，10回のうち３回表が出る出方は120パターンあるということです。

帰無仮説を前提としているので，１回コインを投げて表が出る確率と裏が出る確率はいずれも1/2です。したがって，10回コインを投げてすべて表であっても，何回か表で何回か裏であっても，その１パターンとなる確率はどのパターンでも同じで，次の計算結果となります。

$$(1/2)^{10}=0.0009765625$$

したがって…

- １パターンしかない「すべて表」と「すべて裏」の確率は 0.0009765625
- 120パターンある「いずれか３回が表」の確率は0.0009765625×120＝0.1171875

そして，他の場合も同様に求められます。このようにして求めた確率（数値）の小数点以下第４位を四捨五入すると，前出の表のような結果が得られます。そして，これを順次加えていったものが「累積確率」です。全てのパターンを網羅すれば，確率は１になるので，累積確率の最後の値は１になります。

では，ここで改めて表を見てみます。10回中５回表が出る確率が 0.246＝24.6% と，一番高いことがわかります。恐らく予想していたことでしょう。一方，０回や10回表が出る確率は 0.001＝0.1% と，一番小さい確率です。これも予想していたことでしょう。

一番下の行にある累積確率は，左から順に確率を足し合わせたもので，例えば「表が出る回数が２回」のところにある累積確率（0.055＝5.5%）は，表が０回の確率と１回の確率と２回の確率を合計した結果（0.001+0.010+0.044=0.055）です。

そして…

この「累積確率」が「Ｐ値」です！

…たぶん，ポカーンとしている人が多いのでは？…そうなのです！
一般化してＰ値を言葉で置き換えます。

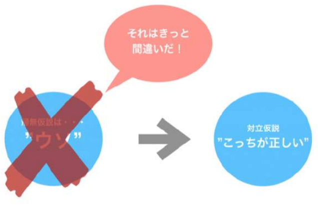
Ｐ値とは，帰無仮説下において，その結果より極端な結果が出る確率のこと。
このＰ値が0.05より小さければ，想定している仮説（帰無仮説）の下では，その結果が出る確率は0.05以下でしかないということ。
コイン投げの例でいうと，「帰無仮説下では表が出る確率を1/2と想定しているのに，その結果が出る確率は0.05以下しかない」というような結果が出た場合，想定している仮説が間違っている，つまり「帰無仮説が間違っている」のではないか…と考え，帰無仮説を棄却し，対立仮説を採択する。

⇒ このコイン投げの例では，表が１回以下である確率が0.011であり，２回以下である確率が0.055です。そのため，イカサマだと判断する数値的な閾値※2を0.05とした場合には，10回分の結果から，表が１回以下であればこのコインはイカサマであると結論付け，この勝負には応じないと判断する…という流れです。

※2 閾値（しきいち）：数値的な境目，境界線となる値

《Ｐ値に関するまとめ》

Ｐ値は帰無仮説下で，その結果以上（以下）が出る確率です。つまり，帰無仮説下での確率が0.05を下回った場合，帰無仮説を考えていることが間違っているのではないかと判断して棄却し，対立仮説を採択するということです。



31

ステップワイズ法により，陽性者数と相関が強い変数の特定を図る．相関が強い変数として歯科診療所数（歯科医院の数）が残った．

しかし…

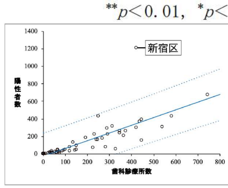
ステップワイズ法と間接相関・疑似相関

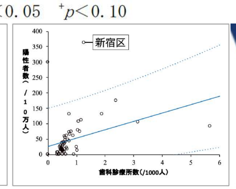
変数名	陽性者数		95% 下限	95% 上限
総人口	3.550	**	2.301	4.800
小売店数	−0.681	+	−1.440	0.078
飲食店数	2.104	**	1.379	2.828
大型小売店数	−0.118		−0.752	0.516
一般病院数	−0.104		−0.398	0.189
一般診療所数	0.937		−0.740	2.614
幼稚園数	0.063		−0.651	0.776
小学校数	−1.947	**	−3.274	−0.620
中学校数	0.123		−0.833	1.079
高等学校数	0.316		−0.175	0.808
公民館数	−0.106		−0.248	0.037
図書館数	0.134		−0.137	0.405
歯科診療所数	−2.764	**	−4.078	−1.450
保育所等数	−0.548	+	−1.172	0.076
R^2	0.840	**		

$^{**}p<0.01$，$^{*}p<0.05$　$^{+}p<0.10$

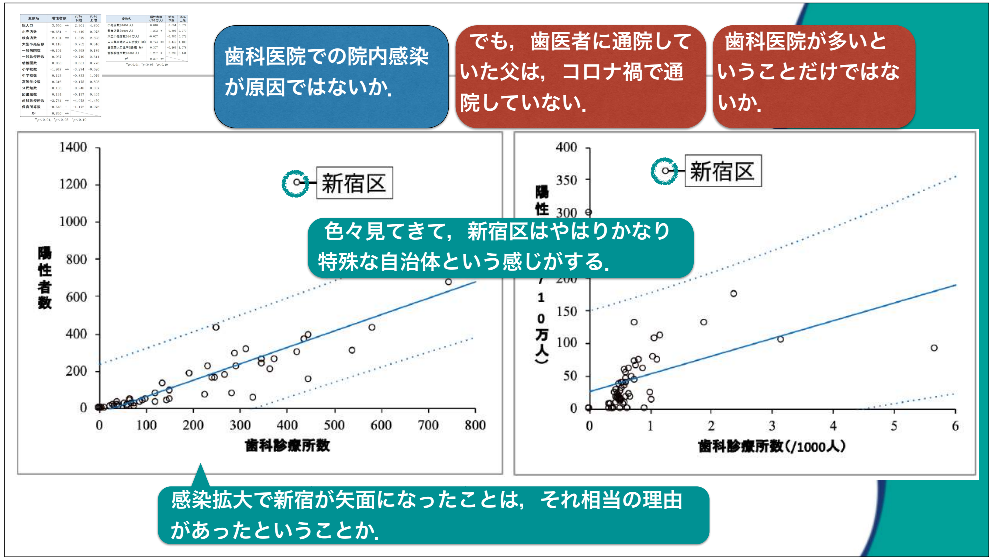
変数名	陽性者数（/10 万人）		95% 下限	95% 上限
小売店数(/1000 人)	0.010		−0.654	0.674
飲食店数(/1000 人)	1.293	*	0.307	2.279
大型小売店数(/10 万人)	−0.057		−0.785	0.672
人口集中地区人口密度(1 ㎢)	0.774	**	0.449	1.100
昼夜間人口比率(昼/夜_%)	0.307		−0.463	1.078
歯科診療所数(/1000 人)	−1.267	*	−2.392	−0.141
R^2	0.397	**		

$^{**}p<0.01$，$^{*}p<0.05$　$^{+}p<0.10$

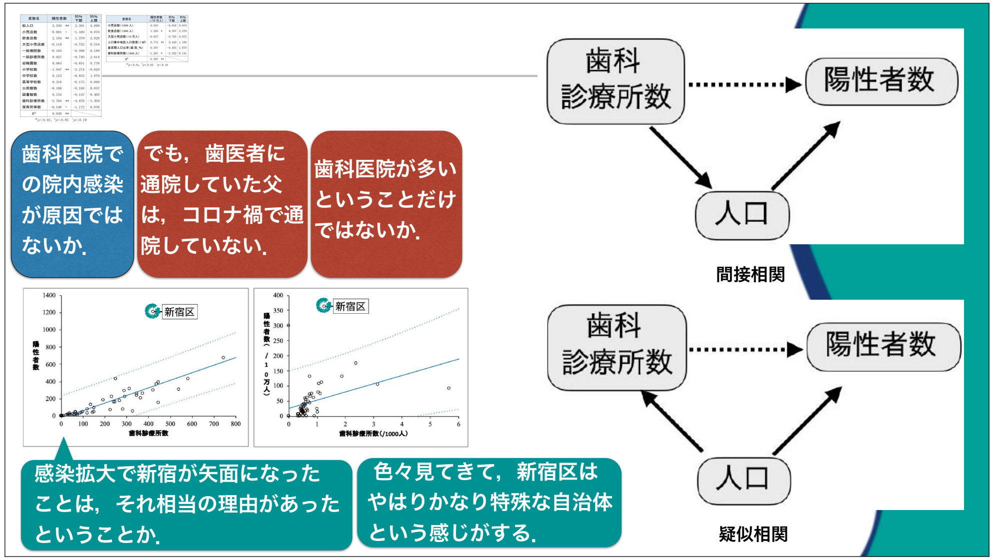




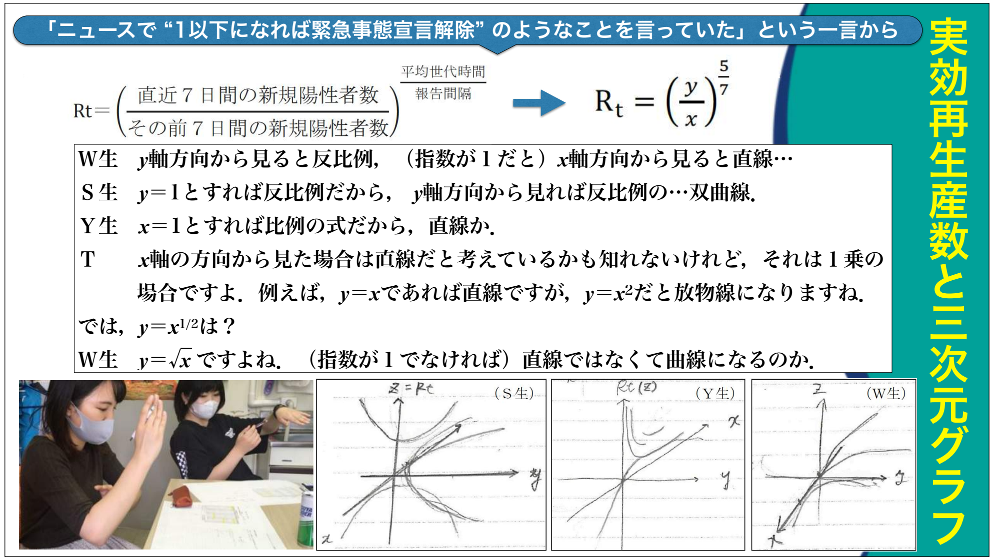
32


歯科医院での院内感染が原因ではないか.
でも，歯医者に通院していた父は，コロナ禍で通院していない.
歯科医院が多いということだけではないか.
新宿区
色々見てきて，新宿区はやはりかなり特殊な自治体という感じがする.
陽性者数
歯科診療所数
歯科診療所数(/1000人)
感染拡大で新宿が矢面になったことは，それ相当の理由があったということか.

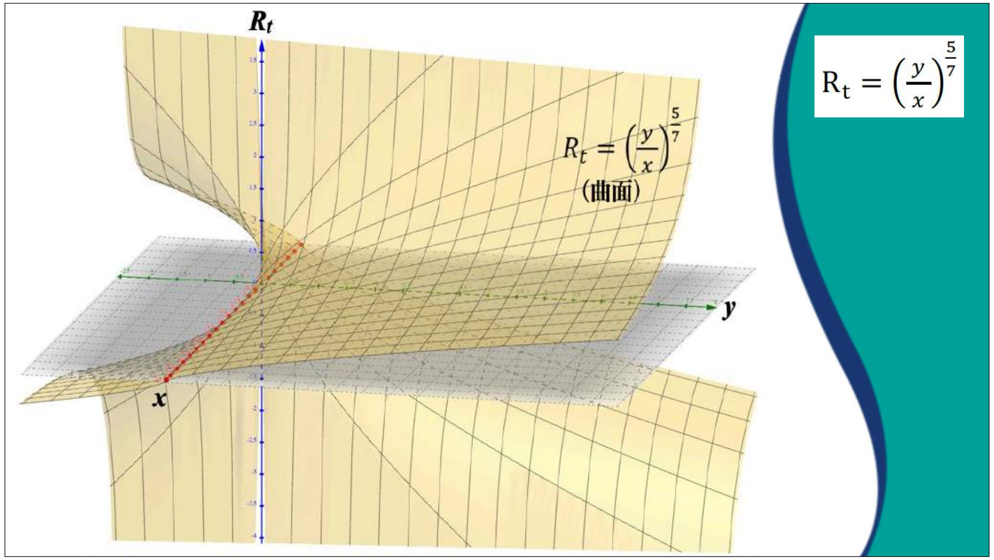
33


歯科医院での院内感染が原因ではないか.
でも，歯医者に通院していた父は，コロナ禍で通院していない.
歯科医院が多いということだけではないか.
新宿区
感染拡大で新宿が矢面になったことは，それ相当の理由があったということか.
色々見てきて，新宿区はやはりかなり特殊な自治体という感じがする.
歯科
診療所数
陽性者数
人口
間接相関
歯科
診療所数
陽性者数
人口
疑似相関

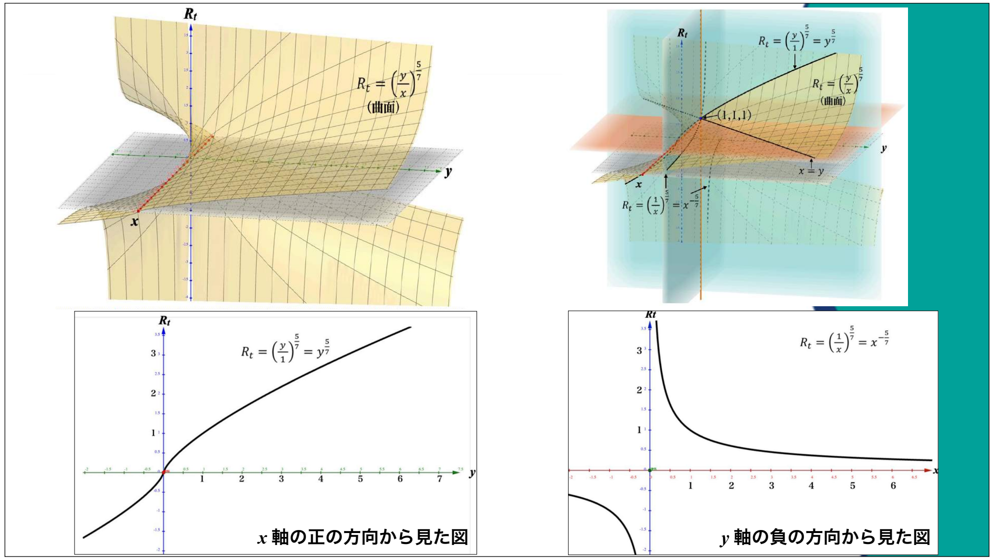
34


「ニュースで“1以下になれば緊急事態宣言解除”のようなことを言っていた」という一言から
Rt＝(直近７日間の新規陽性者数／その前７日間の新規陽性者数)^(平均世代時間／報告間隔)
$R_t = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{5}{7}}$
W生　y軸方向から見ると反比例，（指数が１だと）x軸方向から見ると直線…
S生　y＝1とすれば反比例だから，y軸方向から見れば反比例の…双曲線.
Y生　x＝1とすれば比例の式だから，直線か.
T　x軸の方向から見た場合は直線だと考えているかも知れないけれど，それは１乗の場合ですよ．例えば，y＝xであれば直線ですが，y＝x²だと放物線になりますね.
では，y＝x^{1/2}は？
W生　y＝√xですよね．（指数が１でなければ）直線ではなくて曲線になるのか.
（S生）
（Y生）
（W生）
実効再生産数と三次元グラフ

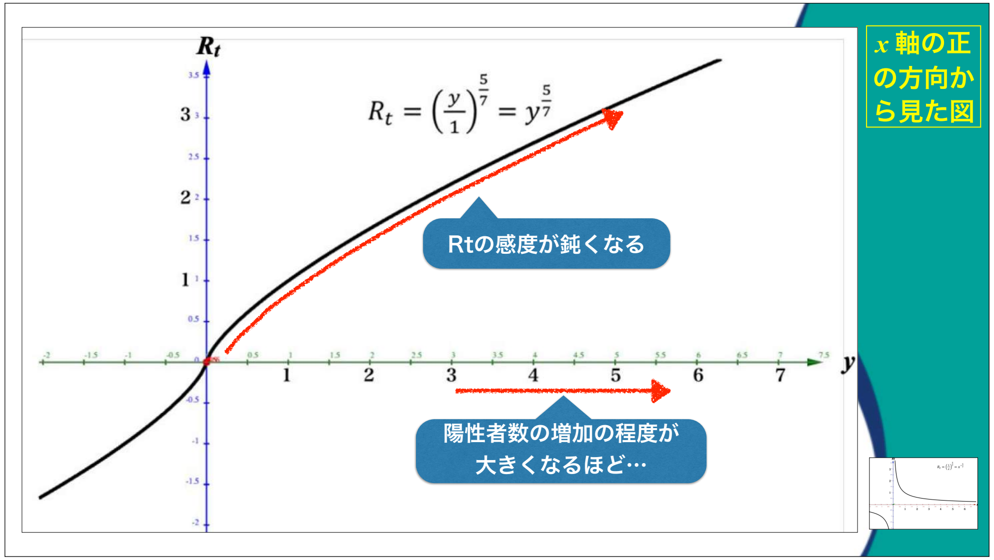
35


$R_t = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{5}{7}}$
R_t
$R_t = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{5}{7}}$
（曲面）
y
x

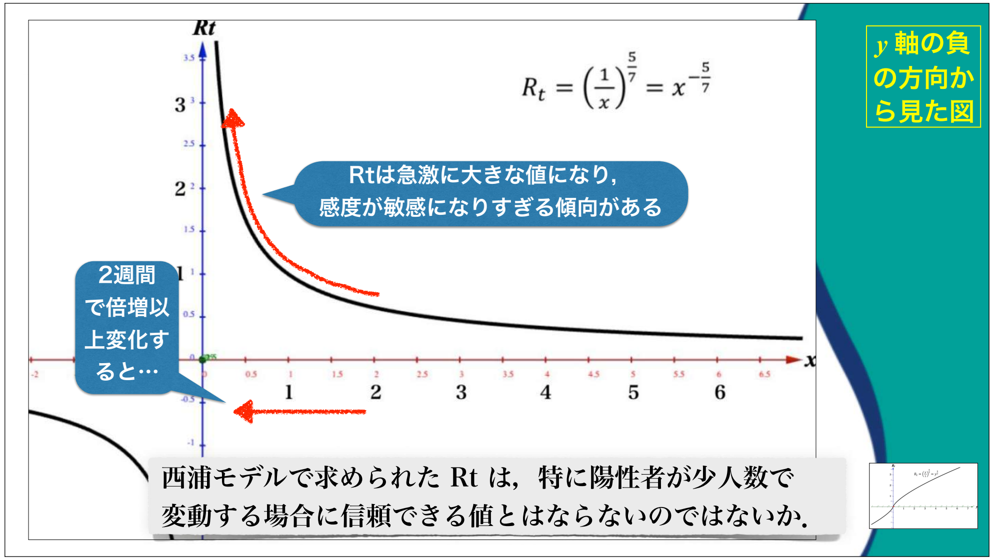
36



37



38



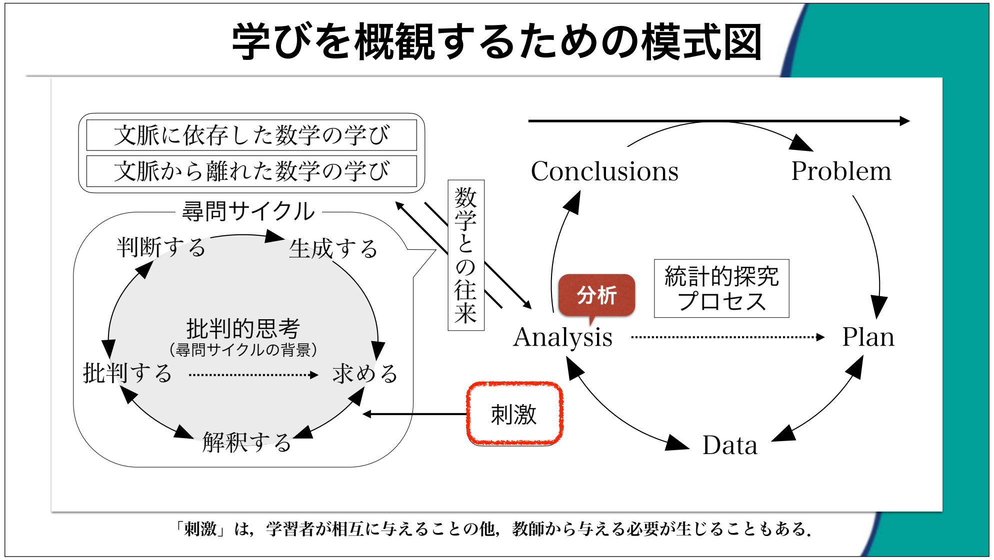
39

批判的思考を捉える枠組み

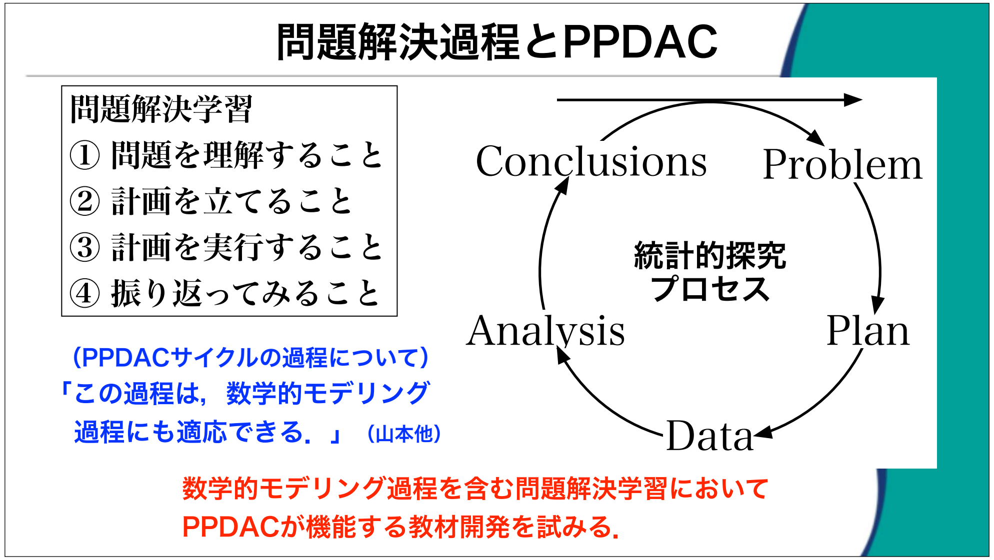
尋問の対象 / 基準	A 外部から得たデータ	B 外部から得た見解	C 他者の発想・判断	D 自分自身の発想・判断	E 所々で得た結果
1 正しいか	A 1	B 1	C 1	D 1	E 1
2 理にかなっているか	A 2	B 2	C 2	D 2	E 2
3 既知の事実と一致しているか	A 3	B 3	C 3	D 3	E 3
4 目的は何か	A 4	B 4	C 4	D 4	E 4
5 先入観や思い込みになっていないか	A 5	B 5	C 5	D 5	E 5
6 感情的になっていないか	A 6	B 6	C 6	D 6	E 6
批判的思考を誘発する刺激					

※…数学の学習への移行に直接関与したと考えられる批判的思考

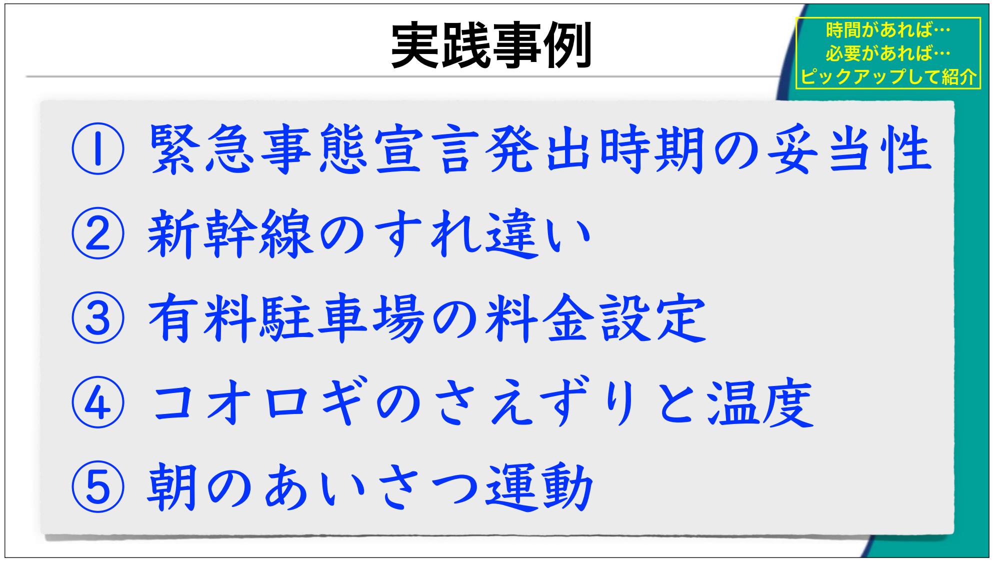
40


学びを概観するための模式図
文脈に依存した数学の学び
文脈から離れた数学の学び
尋問サイクル
判断する
生成する
批判的思考
（尋問サイクルの背景）
批判する
求める
解釈する
数学との往来
Conclusions
Problem
分析
統計的探究
プロセス
Analysis
Plan
刺激
Data
「刺激」は，学習者が相互に与えることの他，教師から与える必要が生じることもある．

41


問題解決過程とPPDAC
問題解決学習
① 問題を理解すること
② 計画を立てること
③ 計画を実行すること
④ 振り返ってみること
（PPDACサイクルの過程について）
「この過程は，数学的モデリング
過程にも適応できる．」（山本他）
Conclusions
Problem
統計的探究
プロセス
Analysis
Plan
Data
数学的モデリング過程を含む問題解決学習において
PPDACが機能する教材開発を試みる．

42


実践事例
時間があれば…
必要があれば…
ピックアップして紹介
① 緊急事態宣言発出時期の妥当性
② 新幹線のすれ違い
③ 有料駐車場の料金設定
④ コオロギのさえずりと温度
⑤ 朝のあいさつ運動

43


事例①
緊急事態宣言発出時期の妥当性
一次回帰による推測統計
一次関数・二元一次連立方程式
事例②
問題設定の状況
新幹線のすれ違い
授業学級：長野市立川中島中学校３年
一次・二次回帰による推測統計
一次関数・二次関数
事例③
有料駐車場に関わる問題の発見（Problem）
有料駐車場の料金設定
複数の要因による総合的判断
事例④
素材の概要
参考にした問題
コオロギのさえずりと温度
一次回帰による推測統計
一次関数・外挿
主に推測統計としての
問題解決（探究）
複数の要因を考慮した
総合的判断
事例⑤
朝のあいさつ運動
記述統計による総合的判断

44