

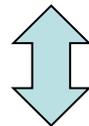
# 統計検定の活用と内容の検討 ～次期学習指導要領をふまえて～

田栗 正章  
(千葉大学・大学入試センター)

- 0 統計学・統計検定のすすめ
  - 1 統計検定の開始とその後の状況
  - 2 CBTの開始と問題内容の検討
  - 3 統計検定2・3・4級の出題範囲の検討
  - 4 統計教育でポイントとなる事項
  - 5 統計教育での数学/コンピュータの活用
- 補 統計学の考え方

# 0 統計学・統計検定のすすめ

## 統計学ノススメ



★ 學問ノススメ (福澤諭吉, 1872年)

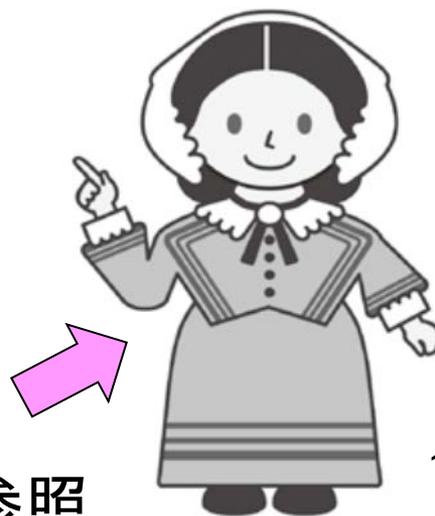
## (1) 近代統計学の発祥

17世紀・英【社会現象の大量観察 → 法則性の発見】

- ① J. グラント : ロンドンの商人, 著作(1662)
- ② L.A.J. ケトレー : 「人間について」(1853)
- ③ F. ナイチンゲール : クリミヤの天使(1854)

↳ 統計検定のキャラクター

「とうけいあかりちゃん」



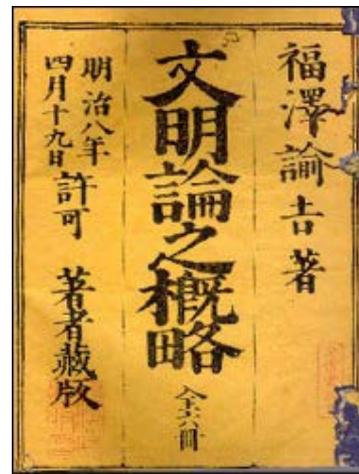
★ 日本経済新聞 (2017.5.10)記事広告[配布資料]参照

## (2) 福澤諭吉の考え方

★ 大量観察 ⇒ 平均 ⇒ 物事の大勢を把握  
ベルギーのケトラーが確立した統計手法

← 人間社会の現象に法則性を見出す手段！

- ① 日本にいち早く「統計」を導入，自らの主張の根幹をなす「実学」に極めて有用な考え方であると気づき，「文明論之概略」や「時事小言」の中でそれを説いた。
- ② 事実を数値で示し，客観的に物事を捉えることの重要性を，直感的に認識。



### ★ 福澤諭吉翁のことば

“東洋になきものは，有形に於て 数理学 と，  
無形に於て 独立心 ”                      サイヤンス(統計学)

“統計的な視座をもたない人は  
共に文明の事を語るには値しない！”

### (3) 統計の効能:なぜ“おすすめ”なのか？

★ 日本学術会議「統計学分野の参照基準」[1]等より抜粋

- ① 統計学を学ぶと、様々な不確実性が存在する、自然現象の理解や社会的問題に賢明に対処できるようになる。
- ② 統計学を学ぶと、問題解決型の思考力を獲得できる。
- ③ 近年の情報化社会で不可欠な、リスクを最小にする判断等が行える統計的な素養(統計リテラシー)が身につく。
- ④ データの科学的・実証的な分析から得られた根拠に基づく(Evidence-Based)説得力ある議論の展開ができるようになる。
- ⑤ 統計ソフトをブラックボックス化せず、解析の妥当性、有意差の意味、等に対する正確な知識が獲得できる。
- ⑥ 基礎理論の学習は、一見非効率だが、統計の誤用による甚大なリスクを避けるためには「急がば回れ！」
- ⑦ データの前処理(見える化、層別等々) + ブレインストーミングにより、有効な知見が得られる可能性がある。

# 1 統計検定の開始とその後の状況

## 1.1 統計検定開始前の状況

- ① 平成20年3月：小学校・中学校学習指導要領（現行分）の公示
- ② 平成21年3月：高等学校学習指導要領（現行分）の公示
  - ・ 数学 I に「データの分析」の項（統計が**必履修**となったのは初）

### 【参考】アメリカ合衆国における統計教育

- ・ 小6～高校の各学年のすべての児童・生徒にかなり高度な（現在の日本の大学基礎科目程度の）内容を学ばせることを決定[2011]
- ③ 平成22年8月20日 統計教育推進委員会による「統計学分野の教育課程編成上の**参照基準**（初版）」の公表
  - ④ 平成23年11月：統計検定の開始

### 「参照基準」策定の目的

各大学の教育課程編成に当たって、学生に求める価値観・倫理観や基本的な素養（知識・能力・スキル）を教育目標として定め、そのために必要な学習内容・学習方法を具体的に検討する際に参照されるべき基準 《統計に関連する具体的な職業生活を想定して》  
（H21.1：学術会議で議論開始 → H21.9：統計学分野で議論開始）

## 1.2 統計検定の開始

- ★ 教育効果の評価体制を構築し、統計教育の質保証を行うために日本統計学会は、中高生・大学生・職業人の各レベルに応じた国際通用性のある体系的な統計活用能力評価システムを研究開発 ⇒ 2011年11月 統計検定として資格認定する仕組みを開始

### 【統計検定創設の経緯(2012年1月)】

(前略) 以上のように統計教育への要望と期待が高まる中で、教育の成果を評価する仕組みが重要になります。2011年に発足した「統計検定」(2級)は、まず大学における統計教育の成果を測り、統計分野の学士力を質的に保証する手段として構想されました。さらに、初等・中等教育に関しても学習指導要領を先取りして統計教育を充実させる手段として、3級および4級を同時期に開始しました。2012年から、認定する資格を大学院水準の1級まで拡大するとともに、国際的に評価が確立している資格として、英国 Royal Statistical Society が実施している試験を、RSS/JSS 試験として共同で実施します。

(<http://www.toukei-kentei.jp/about/> 参照)

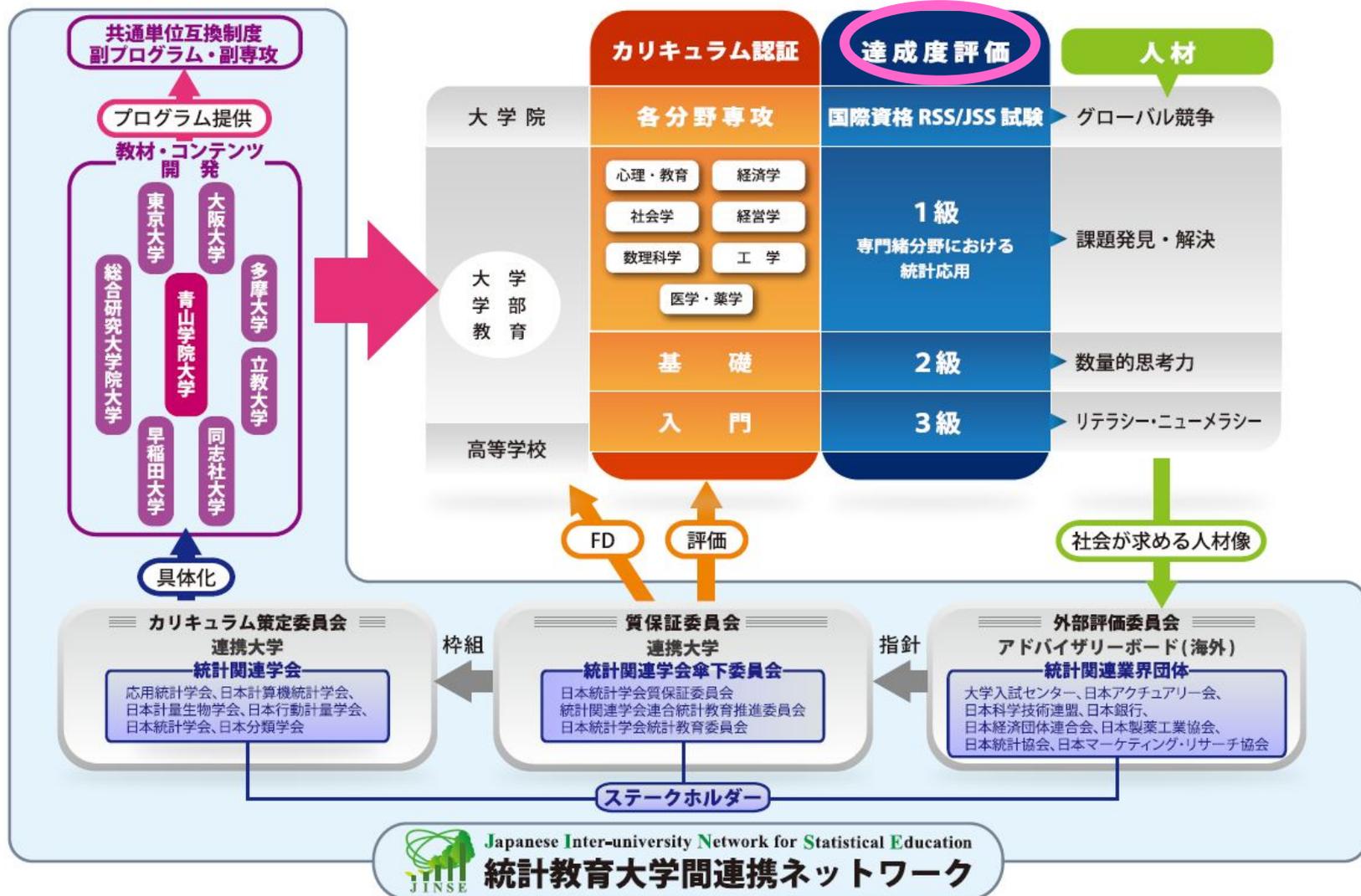
## 1.3 統計検定開始後の状況

- ① 平成24年8月：平成24年度大学間連携共同教育推進事業の採択「データに基づく課題解決型人材育成に資する統計教育質保証」  
⇒ **カリキュラム策定のための枠組み(参照基準)が必要**[2]
  - 1° 平成26年5月 「統計学分野の教育課程編成上の**参照基準(第2版)**」の公表 ←[「参照基準(初版)」の改訂版][3]
  - 2° 平成28年3月 「統計学分野の教育課程編成上の**参照基準(第3版)**」の公表 ←[学術会議版参照基準を受けて]
- ② 平成27年 6月19日, 6月30日：**閣議決定**(1.5節参照)
- ③ 平成27年12月17日：日本学術会議「報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の**参照基準 統計学分野**」の公表[1]
  - ・ 大学における統計教育の内容についての1つの考え方が提示
- ④ 平成29年3月：**次期小学校・中学校学習指導要領の公示**
  - ・ 統計教育のさらなる充実
  - (小学校は平成32年度から,中学校は平成33年度から完全実施)
- ⑤ 平成30年3月：**次期高等学校学習指導要領の公示**
  - ・ 推測統計の実質必修化？(平成34年度から年次進行で実施)

# 1.4 JINSE の Organization Chart [2]

★ 教育効果の達成度評価が必要 (<http://jinse.jp/old/system.html>)

## 統計教育高度化質保証 PDCA サイクル



# 1.5 現在の統計/データサイエンスに関わる課題

## (1) 学会誌版参照基準に見る日本の統計教育の特徴[1]

- ① 統計学を専門に学ぶ大学の学部・学科が存在しない。
- ② 大学での統計学の専門家が極めて少数 ⇒ 的確な教育が実践？
- ③ 中等教育段階で統計教育に携わる教員の養成体制が脆弱。
- ④ データサイエンティスト、統計コンサルタントなどの、統計学を基本とする専門職に対する需要に、まったく応えきれていない。

## (2) 閣議決定(H27.6.19)

★ 我が国では欧米等と比較し、データ分析のスキルを有する人材や統計科学を専攻する人材が極めて少なく、我が国の多くの民間企業が情報通信分野の人材不足を感じており、危機的な状況にある。

## (3) 閣議決定(H27.6.30) 「日本再興戦略改訂2015」第二,一,4,(3),iv),⑧

★ …ウェブ上で誰でも参加可能な MOOC 講義(Massive Open Online Courses:大規模公開オンライン講座)「データサイエンス・オンライン講座」の拡充など、データサイエンス力の高い人材育成を推進する。

## 1.6 統計検定等を活用する暫定的な統計教育

- ① MOOC講義・Web上サイト「データサイエンススクール」・「アプリDe統計」(スマホアプリ)の利活用の推進
- ② 日本統計学会との連携による「統計検定」試験の利活用
  - ・ 2011～2017: 計11回の試験(1級, 準1級, 2級, 3級, 4級, 統計調査士, 専門統計調査士)
  - ・ 2014～: 6月と11月の年2回実施(2・3・4級)
  - ・ 2015～: 連携大学における統計学の成績評価に利用

★ 社会人に対する統計教育の成果評価にも利用可能

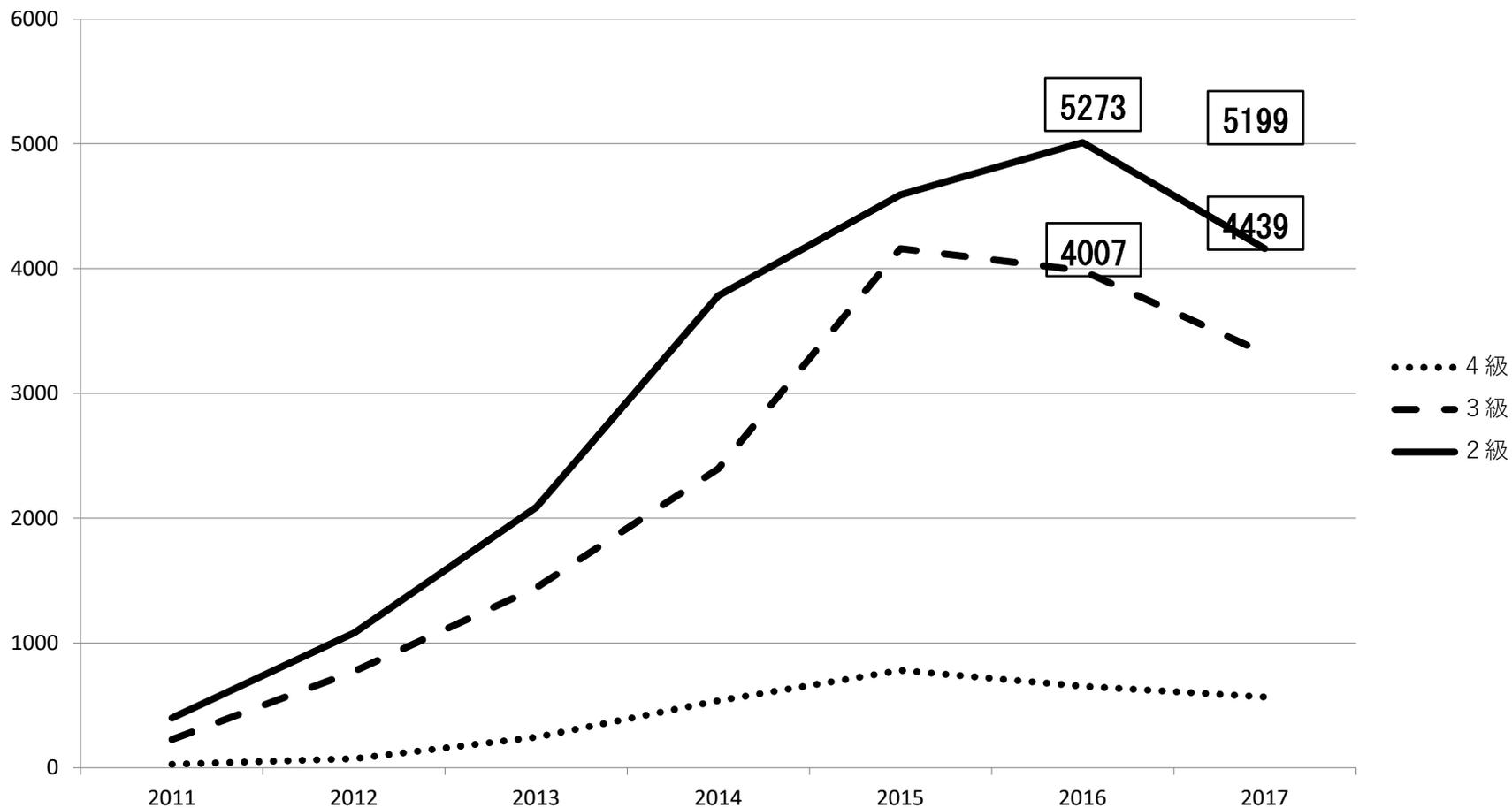
【具体例】 早稲田大学政治経済学部, オリコン株式会社
- ③ 「統計検定」用テキスト・問題集の授業への活用([4], [5]等参照)

## 1.7 紙媒体型試験[PBT]方式の検討

- ◆ 試験実施回数(年1回/2回), 試験会場数の制約, 試験実施のための時間・労力の限界等について検討
- ⇒ 試験の出題, 解答, 採点, 合否判定等に, コンピュータを使用するCBT(Computer Based Testing)を導入

# 【参考】統計検定2・3・4級の受験申込者数の推移

(折れ線はPBT申込者数; □内の数字はCBTとの合計申込者数)



# 2 CBTの開始と問題内容の検討

## 2.1 統計検定CBTの概要[6]

### (1) CBTとは

- 試験の出題, 解答, 採点, 合否判定等に, コンピュータを使用. 受験者は, CBT試験会場で, コンピュータによってディスプレイ上に表示される問題に対して, マウスやキーボードを用いて解答し, 試験後直ちに合否や分野別成績を知ることができる.

### (2) CBTの利点

- ① 受験のしやすさ : 全国約200の試験会場で, いつでも受験可能
- ② 受験者の満足度の向上 : 試験終了直後に合否結果が分かる.
- ③ 試験実施のための費用と労力の削減 : 種々の業務・費用の減
- ④ 安全性の向上 : 試験問題漏洩リスクの低減, 不正行為の抑止
- ⑤ 偏りのない出題が可能 : 分野・難易度のバランスをとった出題

### (3) CBT試験の詳細 (<http://www.toukei-kentei.jp/>参照)

### (4) CBTの利活用による自由度の増加

- ★ PBT方式の統計検定は年2回だが, CBTではその制約なし  
⇒ 利用のし易さは格段に向上し, 大学・企業での活用を期待

# ★ CBTの試験画面・結果レポートの例

## 統計検定 3級 (サンプル)

4問目 / 全7問

あとで見直す

1から6の目が出るサイコロが2つある。2つのサイコロの出た目の和が6以上になる確率として、正しいものを選びなさい。

- 1.  $\frac{15}{36}$
- 2.  $\frac{16}{36}$
- 3.  $\frac{17}{36}$
- 4.  $\frac{18}{36}$
- 5.  $\frac{19}{36}$

## 統計検定 試験結果レポート



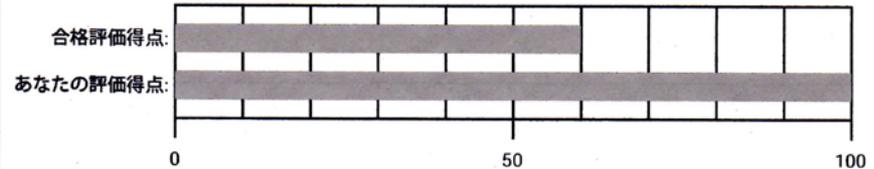
受験者： 田栗 正章  
受験日： 2016/07/21

## 統計検定 2級

合格評価得点： 60

あなたの評価得点： 100

結果： 合格



### セクション分析

1. 1変数・2変数記述統計の分野
2. データ収集・確率・分布の分野
3. 推定・検定・線形モデルの分野

正解率

100%  
100%  
100%

## 統計検定 2級



28問目 / 全34問

あとで見直す

ある面紙を投げるに0.62の確率で針が上向きになるといふ。この面紙について、以下のような帰無仮説を検定したい。

$H_0$ : 面紙の針が上向きになる確率 $p$ は0.62である。

いま、この面紙を3回続けて投げ、3回とも針が上向きになったとき、あるいは3回とも針が下向きになったときに $H_0$ を棄却し、それ以外の場合は棄却しない、という検定を行うとする。このとき、第1種の誤りと、その誤りを犯す確率 $\alpha$ の組み合わせとして、次の①～⑤のうちから最も適切なもの一つを選び、番号を空欄に入力せよ。

- ① 「 $p=0.62$ であるにもかかわらず、3回とも針が上向きになるか、3回とも針が下向きになり、 $H_0$ を棄却する誤り」、 $\alpha=1-0.62^3-0.38^3=0.7068$
- ② 「 $p=0.62$ であるにもかかわらず、3回とも針が上向きになるか、3回とも針が下向きになり、 $H_0$ を棄却する誤り」、 $\alpha=0.62^3-0.38^3=0.2932$
- ③ 「 $p=0.62$ であるにもかかわらず、3回とも針が上向きになるか、3回とも針が下向きになり、 $H_0$ を棄却しない誤り」、 $\alpha=1-0.62^3-0.38^3=0.7068$
- ④ 「 $p=0.38$ であるにもかかわらず、3回とも針が上向きになるか、3回とも針が下向きになり、 $H_0$ を棄却する誤り」、 $\alpha=0.62^3+0.38^3=0.2932$
- ⑤ 「 $p=0.38$ であるにもかかわらず、3回とも針が上向きになるか、3回とも針が下向きになり、 $H_0$ を棄却しない誤り」、 $\alpha=1-0.62^3-0.38^3=0.7068$

2

### 統計検定について

このたびは、「日本統計学会公式認定 統計検定」を受験いただきありがとうございました。「統計検定」は、統計に関する知識や活用力を評価する全国統一試験です。日本統計学会は、中高生・大学生・職業人を対象に、各レベルに応じて体系的に国際通用性のある統計活用能力評価システムを研究開発し、統計検定として資格認定しています。

合格された方は、この試験結果レポートと後日郵送される合格証を、一緒に大切に保管してください。レポートに記載されているOdyssey IDは各種申請に必要な場合があります。

あなたの合格履歴は、「<http://cbt.odyssey-com.co.jp>」よりご確認ください。

また、取得した資格の合格証明を雇用先や教育機関へ公開するサービスを行っています。詳細は同URLをご確認ください。

田栗 正章  
Masaaki Taguri  
140-0015 東京都品川区西大井4-19-25

OdysseyID : tagurimasaaki  
受験会場 : 10000  
合格者番号 : y2vz-uytx-6sby

## 2.2 CBTにおける課題

- ① 大学等での成績評価に利用する場合の検定料
  - ② プールされている試験問題は、繰り返し使用されるため、各問題の品質を常にチェックしておくことが不可欠
    - (a) 定期的に各問題の正答率を確認し、正答率が高い／低い問題があればその原因を検討し、問題を修正・差し替える必要あり
    - (b) 試験問題セットとしての難易度もチェックし、必要な場合には問題の組合せの修正等を行う必要あり
    - (c) できるだけ時宜にかなった問題を出題することが望ましく、数年に一度程度、かなり大幅な問題の追加・入替を行う必要あり
  - ③ CBTの統計検定4級への拡大
    - ★ 受験期日および受験場所にかなり自由度のある検定試験は、初等・中等教育段階での児童・生徒の受験にこそ、好都合！
- 【註】試験問題評価はPBTでも必要だが、CBTではより重要！

## 2.3 CBT試験問題評価により得られた知見<sup>[7]</sup>

- ① 2級の合格率はPBTの合格率とほぼ同じかごく僅か高め  
3級はPBTの合格率より若干高い  
⇒ 2級の難易度は現在と同程度～僅かに難しくした方がよい！  
3級については若干難易度をあげた方がよい！
- ② 2級の得点分布は、合格最低点60点の前後数点のところにモードを持つ2つの分布の混合のように見える**双峰型分布**？  
3級の分布は、合格最低点70点のかなり上と、最低点より低い点のところにモードを持つ2つの分布の混合のような**双峰型分布**？  
← 合格が期待できる群と合格が難しい群の存在を示唆？

【以降は、2級についての知見】

- ③ 分野AとB, BとCの**相関**は中程度だが、分野AとCの相関は低い。  
総点との相関は、ほぼ妥当な値(分野A, C, Bの順に高くなる)
- ④ 3分野A, B, Cの得点の**変動係数**は、それぞれ0.21, 0.31, 0.43であり、各分野の内容を考えるとほぼ妥当な値と考えられる。  
また、各分野の**正答率**も妥当と考えられる。

## 2.3 CBT試験問題評価により得られた知見(つづき)

- ⑤ 合格者の得点を見ると、分野AおよびBで高得点をあげ、分野Cの得点が低い傾向がみられる。  
⇒ 現在より**分野Cの配点を多少大きくした方がよい!**  
(∵ 2級では分野C(推測統計)のある程度の理解が必要)
- ⑥ A, B, Cの各分野で出題された問題の組の得点に対する平行箱ひげ図より、**問題の組間の難易度の差は、許容範囲内?**
- ⑦ 各設問の正答率から判断すると、出題者が想定した各設問の「**難**」, 「**易**」の分類は**ほぼ妥当**(一部修正した方がよいが)
- ⑧ 分野Aの「**二変数記述統計**」, 分野Bの「**データの収集**」, 分野Cの「**検定**」の項目では、**振舞いの不安定な設問**がいくつか見られる  
⇒ それらについて**検討が必要!**
- ⑨ 分野Bの「**確率**」, 「**確率分布**」, 「**標本分布**」, 分野Cの「**線形モデル**」の難問でも、⑧と同様な傾向が見られ、**検討が必要!**<sub>15</sub>

# 3 統計検定2・3・4級の出題範囲の検討

## 3.1 出題範囲についての検討の必要性

- ★ 統計検定2・3・4級の出題範囲：2017年7月に小修正
- ① 小学校/中学校の次期学習指導要領：平成29年3月に公示  
(小学校は平成32年度から,中学校は平成33年度から完全実施)
- ② 高等学校の次期学習指導要領：平成30年3月に公示  
(平成34年度から年次進行で実施予定)

### 【統計検定創設の経緯】(1.2節参照)

- ① 初等・中等教育に関して、**学習指導要領を先取りして統計教育を充実させる手段として、3級および4級が開始された。**
- ② 「**統計検定2級**」は、**大学における統計教育の成果を測り、統計分野の学士力を質的に保証する手段として構想された。**  
(<http://www.toukei-kentei.jp/wp-content/uploads/sousetsu.pdf>)

⇒ 平成32/33年度からの初等・中等教育における学習指導要領の改訂に伴い、統計検定の出題範囲も変更する必要性が生じた。

## 3.2 小中学学習指導要領の統計の内容(H29.3 公示)

★ 小学校:H32年度から完全実施 ; 中学校:H33年度から完全実施

### (1) 小学校

1年:ものの個数, 簡単な絵や図

2年:簡単な表やグラフ

3年:日時の観点や場所の観点などからデータを分類整理, 棒グラフ

4年:二つの観点から分類整理, 折れ線グラフ

5年:円グラフや帯グラフ, 統計的な問題解決の方法, 平均

6年:代表値, 度数分布, 統計的な問題解決の方法; 起こり得る場合  
ドットプロット, 平均値, 中央値, 最頻値, 階級

### (2) 中学校

1年:ヒストグラム, 相対度数 ; コンピュータ [範囲, 累積度数]  
不確定な事象の起こりやすさ ; 確率

2年:四分位範囲, 箱ひげ図 ; 不確定な事象の起こりやすさ

3年:標本調査 ; コンピュータ

[全数調査 cf. 母集団, 標本, 標本調査, 全数調査]

## 3.3 高校学習指導要領の統計の内容(H30.3 公示)

### ① 数学 I「データの分析」(必履修科目)

分散, 標準偏差, 散布図, 相関係数の意味とその使い方, コンピュータによる基本統計量の計算等, 仮説検定の考え方

### ② 数学A「場合の数と確率」

和/積の法則, 数え上げの原則, 順列・組合せ, 確率の意味/基本法則, 期待値, 独立な試行, 条件付き確率; 順列, 階乗, 排反

### ③ 数学B「統計的な推測」 ← 数列, 数学と社会生活との選択

標本調査の考え方, 確率変数/確率分布(平均, 分散, S.D.), 二項分布/正規分布の性質, 正規分布を用いた区間推定/仮説検定

◎ 現行の学習指導要領は, 小3の「算数」から高校の「数学B」までの, 各学年で履修する『統計』の内容は, 履修の順序や『確率』との関係も含め, かなりよく考えて策定されている(次期の案も)。

★ 現在ある次の問題点が, 次期学習指導要領下で改善されるか?

✖ 各大学が公表している大学入試での「数学B」の出題範囲

“数学Bは, 「数列」, 「ベクトル」から出題する”が **2/71**(大学数)

# 【参考】統計(確率)教育カリキュラムの日米比較 [8]

国名	年 齢						
	11	12	13	14	15	16	17
全米数学 コアカリ キュラム	ドットプロット, ヒストグラム, 代表値, 散ら ばり, 箱ひげ, 四分位	母集団, 標本	散布図, 相関, 回帰直線	量的データとカテゴリーデータ, 標準偏差, 正規分布, 相関係数, 回帰式, 関数あてはめ(1次, 2次, 指数), 相関と因果, 母平均, 母比率, ランダムサンプリング, ランダム割り付け			
	確率			条件付き確率, 確率からの結論の導出, (理系のみ一様分布, 期待値), モデリング			
日本 (新課程)	ドットプロット, 代表値(平均 値, 中央値, 最頻値), 階級, 度数分 布, 統計的な 問題解決	ヒストグラム, 相対度数, 累積度数, 範囲, コンピュータ	四分位範囲, 箱ひげ図	標本調査, コンピュータ	分散, 標準偏差, 散布図, 相関係数, 相関	確率変数, 確率分布, 確 率変数の平均・分散・標準 偏差, 二項分布, 正規分 布, 二項分布の正規分布 による近似, 母集団と標本 標本調査, 母平均の統計 的な推測	
	起こり得る 場合	不確定な事 象の起こり やすさ, 確率	不確定な 事象の 起こりやすさ	場合の数, 数え上げの原 則, 順列・組合せ, 確率, 基本的な法則, 独立な試 行, 条件付き確率, 階乗, 排反			

## 3.4 JINSE版参照基準(第2版)の関係部分 [3]

### 1 大学基礎科目としての統計教育の参照基準

#### 1.3 目標を達成するための教育内容・評価の例

- ① 統計学の役割と活用事例：動機付け教育
- ② データの要約とグラフ化(記述統計的手法)：1次元データ/2次元データの数値的/図的表現, 時系列データ, 回帰直線, はずれ値, 層別比較
- ③ 研究の種類とデータ収集法：実験研究, 調査/観察研究
- ④ 確率と確率分布：確率, 二項分布, 正規分布, 大数の法則, 中心極限定理, 標本分布(カイ二乗分布, t分布)
- ⑤ 統計的推測：推定(点推定/区間推定), 仮説検定( $p$ 値の解釈), カイ二乗検定, 回帰係数の検定
- ⑥ コンピュータの利用：Excel/Rの利用による統計解析

### 【発展的内容】

標本抽出法, 実験計画法, 超幾何/幾何/ポアソン/指数/ガンマ/対数正規等の分布, 最尤法/最小二乗法と推測, 推定量の精度, 分散分析法, ノンパラメトリック法

## 3.5 出題範囲変更の方針と考慮すべき事項

### (1) 基本方針

- ① “統計検定創設の経緯”(1.2節)にあるように、学会として定める統計教育の参照基準は、学習指導要領に対応させるというより、**学会として必要と考える国際標準の教育内容を定めるという性格**があるため、今回の変更にもこれを基本方針の1つとする。
- ② 諸外国のカリキュラム、特に初等・中等教育段階における統計教育がコア・カリキュラム化されている米国を参照し、**国際的観点から統計教育のあるべき姿を考慮した上で、出題範囲の変更を**考える。例えば「**回帰**」の取り扱いについての検討等が該当する。

### (2) 考慮すべき事項

上記の基本方針に加えて、2.3節で得られた試験問題評価により得られた知見や、過去の試験問題委員長等から出されたコメント・要望も考慮に入れて、CBTでの各分野の問題数、問題の難易度、出題項目の追加・削除、等について検討を行う。

## 3.6 2級試験の情報・考慮事項・出題範囲と変更案

### (1) 試験に関わる情報

- ① 問題数：35問程度
- ② 合格ライン：(CBTは60点以上合格)
- ③ 主たる対象：大学理系(基礎), 理系社会人, 大学文系(経済等)

### (2) 考慮すべき事項

#### (A) 学習指導要領の変更に伴う事項

- ① 出題範囲については、特に変更する必要性はないが、3級との問題内容の差別化を図る必要がある。

#### (B) その他の要望等

- ① 現在のCBT2級の合格率はXX%程度。出題範囲変更後も、それと同程度～若干難しい程度の合格率を維持することが望ましい
- ② 現在のCBT合格者の得点を見ると、A・B分野で高得点をあげ、C分野の得点が低い傾向がみられる。  
⇒ 2級では、C分野の推測統計のある程度までの理解が必要と考えられるため、C分野の配点を多少大きくした方がよい？

《配点例》を、会場で紹介予定

### (3) 現行の出題範囲 および 提案する出題範囲

【いくつかの分野とその名称案】

【CBTにおける各分野からの出題数案】

【各分野内の大項目(内容)案】

} 会場で紹介予定

# 3.7 3級試験の情報・考慮事項・出題範囲と変更案

## (1) 試験に関わる情報

- ① 問題数：30問程度
- ② 合格ライン：(CBTは70点以上合格)
- ③ 主たる対象：高校生, 大学文系(基礎), 文系社会人

## (2) 考慮すべき事項

### (A) 学習指導要領の変更に伴う事項

- ① 数Ⅰの「四分位範囲」, 「箱ひげ図」が中学2年に移動
- ② 数Ⅰに「仮説検定の考え方」, 「コンピュータの利用」が追加
- ③ 『理数探求』, 『情報』との連携
- ④ 数Bの“統計的な推測”が必修に近い項目になる？

### (B) その他の要望等

- ① 現在のCBT3級の合格率はXX%程度. 現在よりも多少難しめの問題を出題(cf. 紙媒体試験の合格率とのバランス)  
“3級受験のすすめ”との観点からは, 難しくなりすぎないように!
- ② 「回帰直線」を試験範囲に含めることについて, 検討が必要

### (3) 現行の出題範囲 および 提案する出題範囲

【いくつかの分野とその名称案】

【CBTにおける各分野からの出題数案】

【各分野内の大項目(内容)案】

} 会場で紹介予定

## 3.8 4級試験の情報・考慮事項・出題範囲と変更案

### (1) 試験に関わる情報

- ① 問題数：30問程度
- ② 合格ライン：（CBTはXX点？以上合格）
- ③ 主たる対象：中学生，小学生高学年および高校生

### (2) 考慮すべき事項

#### (A) 学習指導要領の変更に伴う事項

- ① 小学校5年に「平均」が，小学校6年に「代表値」，「ドットプロット」  
「階級」が移動
- ② 中学1年に「コンピュータを用いるデータの表・グラフ化」が，  
“不確定な事象の起こりやすさ”の中に「確率」が入った。
- ③ 中学2年に「四分位範囲」，「箱ひげ図」が追加
- ④ 中学3年に「コンピュータによる無作為標本抽出/整理」が入った。

#### (B) その他の要望等

- ① 統計的問題解決の方法・考え方（PDCAサイクル）を試験範囲に  
含めることを検討
- ② 中学3年で学習する「調査（世論調査）」を試験範囲に含めたい。
- ③ 中学2年で「箱ひげ図」等を学習するので，試験範囲に含めたい。

### (3) 現行の出題範囲 および 提案する出題範囲

【いくつかの分野とその名称案】

【CBTにおける各分野からの出題数案】

【各分野内の大項目(内容)案】

} 会場で紹介予定

## 3.9 今後の課題

### (1) 出題範囲の変更に伴う試験問題の追加・修正

- ① 現行の各設問の振舞いを検討し、必要な場合には問題の差換え・修正を行う必要がある。
- ② 新たに導入された出題項目に対応する、時宜に適った問題を作成する必要がある。
- ③ A, B, Cの各分野で出題される設問の組についても、問題内容のバランスや難易度を考慮して適切な設問の組を作成しなければならない。 ←(これはかなり困難な作業！)

→ { 大幅な問題変更は、学習指導要領の  
変更時期に行う程度が、現実的では？

### (2) 推測統計の概念理解のための問題の導入

- ★ 中学・高校段階で、各種統計量の標本分布を理論的に理解することは難しいが、コンピュータ・シミュレーションを利用してその概念に馴染んでおくことは望ましい → 試験問題に出題する工夫？

[例] 標本比率・標本平均・中央値等の標本分布の作成  
(中心極限定理の経験的な理解も同時に体験！)

# 4 統計教育でポイントとなる事項

## 4.1 記述統計分野で留意すべきいくつかの事項

- ① 平均的な大きさを表す尺度にはいくつかの種類があり、それぞれの特質を持っている。したがって、データの性質や分析の目的等によって、それらを適切に使い分けることが重要。
- ② 集団全体で考えた場合と、**集団を分割(層別)**して考えた場合とで得られる結論が異なることがある。そのデータから何を知りたいかを明確にし、目的に応じて、適切に判断して分析を行うことが必要
- ③ **はずれ値**の存在に注意する必要がある(特に多次元はずれ値)。存在する場合、それを除外するか否かは分析の目的による。含めて解析する場合には、その影響に留意する必要がある。
- ④ データの解析に際しては、グラフ作成、基本統計量の計算等の**予備解析**を十分に行い、**データの素性を見極める**ことが重要。
- ⑤ データの吟味・結果の解釈は、**批判的・厳密**に行う。有用な情報を、注意深く見極め、**“統計でダメされない能力”**を育成する必要がある。自分の思いこみで解釈して利用すると、対処を誤る。
- ⑥ 標本調査では、「**サンプルデータで状態を評価できる母集団とは何か?**」に注意する。

## 4.2 記述統計分野で留意すべき具体例

### (1) データの平均的な大きさを表す尺度の例 [9]

[問1] 1983年～1988年の東京都心3区の商業地価の上昇率(%)

21.8, 30.5, 53.6, 50.0, 12.9

⇒ 平均上昇率 =  $(21.8 + 30.5 + 53.6 + 50.0 + 12.9) \div 5 = 33.8$  ?

[問2] 往きは時速50km, 帰りは時速40km

⇒ 平均時速 =  $(50 + 40) \div 2 = 45$  ?

[問1] 1983年の地価を1としたとき, 1988年の地価:

$1 \times 1.218 \times 1.305 \times 1.536 \times 1.500 \times 1.129 \neq (1.338)^5$

⇒ 平均上昇率  $P_G = \frac{(1.218 \times 1.305 \times 1.536 \times 1.500 \times 1.129)^{1/5}}{1}$   
= 1.328      ↑ 幾何平均!

[問2] 往きに要した時 =  $d/50$ (h), 帰りに要した時間 =  $d/40$ (h)

⇒ 平均時速  $V_H = (d+d) \div (d/50 + d/40)$

$(1/V_H) = (1/2) \times (1/50 + 1/40)$  ← 調和平均!

## 4.2 記述統計分野で留意すべき具体例(つづき)

### (2) 集団の分割/統合でウソをつく(?)方法の例

【問題】 統計の社内講習後の試験結果

文理別		興味あり	興味なし
理系 (100人)	人数	85人	15人
	合格率	80%	80%
文系 (100人)	人数	20人	80人
	合格率	30%	30%
合計 (200人)	人数	105人	95人
	合格者数	74人	36人
	合格率	<b>70.5%</b>	<b>37.9%</b>



「理系と文系を併せて考えても、興味の有無は試験の合格率と関係してないと言える！」

# 【参考】 集団の分割/統合でウソをつく(?)方法の例 (つづき)

		合格数	不合格数	
理系	興味あり	68	17	← 合格率80%
	興味なし	12	3	
文系	興味あり	6	14	← 合格率30%
	興味なし	24	56	
合計	興味あり	74	31	← 合格率70.5%
	興味なし	36	59	← 合格率37.9%

興味ありの合格率 =  $\frac{74}{105} = \frac{85}{105} \times \frac{68}{85} + \frac{20}{105} \times \frac{6}{20}$

↑ 近い値 ↑

興味なしの合格率 =  $\frac{36}{95} = \frac{15}{95} \times \frac{12}{15} + \frac{80}{95} \times \frac{24}{80}$

## 4.3 記述統計から推測統計へ

### (1) いくつかの疑問

① 統計グラフの作成や平均等の計算は、何故必要なのか？

★ 多くの学問分野において、観測データをグラフや数式によって記述しても、それだけでは実用上、学術上、特別の意味をもたない場合が多い。それらの統計的表現が意味をもつとすれば、それによってデータの背後にある“見えざる”構造について何らかの知見がもたらされる場合である。

② 推測の対象とする母集団特性が、**母平均** である場合には、標本特性としては、標本の平均 を用いて、推定や仮説検定(統計的推測)を行うのは自然であろう。

しかし、**なぜ標本分散** を用いてはいけないのだろうか？

## (2) 疑問に対する検討: 統計的推測におけるキーポイント

[例] 平均値の推定(分散既知の場合)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \Rightarrow P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$$

$$\Rightarrow P\left(\bar{X} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

◆ **ピボット量**  $【q = \varphi(\hat{\theta}, n, \theta)】$  [10]

(A) 推測の対象である未知パラメータを含み, それ以外は標本から得られるか, または既知の量からなる.

(B) その分布が既知である(パーセント点分かる).

⇒

(B)より, 次式を満たすパーセント点  $q_{\alpha/2}, q_{1-\alpha/2}$  が求まる.

$$P(q_{\alpha/2} < q = \varphi(\hat{\theta}, n, \theta) < q_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

これを  $\theta$  について解けば, 信頼区間が得られる.

◎ ピボット量の分布が分かれば統計的推測が可能!

## 4.4 推測統計分野で留意すべき具体例

### (1) 適合度検定によるランダム性の検討[12]

【ホールデン(Haldane, W.)の実験】

・同僚に、偽造疑惑が生じない架空のコイン投げを依頼

HTHHT HHTHT HHTTH HTTHH HTTHH  
THHTH THHTH THTTH THHHT HTTHH

$$\chi^2 = (29 - 25)^2 / 25 + (21 - 25)^2 / 21 = 1.28 < 3.84$$

◆ 5つの行別の適合度

$$\chi^2 = 1.6 < 11.07$$

・この適合度の値が1.6以下である確率は0.10程度

→ 2次の捏造??

i.e. 理論に合うように捏造

H	T	H	H	T	H	H	T	H	T
H	H	T	T	H	H	T	T	H	H
H	T	T	H	H	T	H	H	T	H
T	H	H	T	H	T	H	T	T	H
T	H	H	H	T	H	T	T	H	H

★ 人間は自然の無秩序さを模倣できない!!

◎ 統計でウソをつく方法 (Darrell Huff 著, 高木秀玄 訳)

## 4.5 推測統計分野で留意すべきいくつかの事項

- ❓ 統計グラフの作成や平均等の計算は、何故必要なのか？
- ❓ 推測の対象とする母集団特性が、母平均である場合には、標本特性としては、標本の平均を用いて、推定や仮説検定(統計的推測)を行うのは自然であろう。  
しかし、なぜ標本分散等の他の統計量を用いてはいけないのか？

- ① 記述統計学は、標本記述のためだけでなく、統計的推測を行う上で必須となるピボット量を構成する上でも重要である。

⇒ **記述統計と推測統計は、統計学の体系を支える両輪**

- ② 母平均の推測の場合に標本平均や標本中央値を用いるのは、(i)それらが母平均に対して偏りが少ないこと、(ii)これら以外の統計量を含むピボット量が見つけられていない、との理由による。
- ③ 適合度検定の例で見たように、データを様々な観点から検討し、“統計でダメされる”ことのないよう注意深く解析する必要がある。

## 4.6 まとめ：統計学の学習・教育で重要な点

- ① 統計は、一定の知識を直線的に習得し修了とする学習方法ではなく、**PDCA**(Plan, Do, Check, Act)サイクルの考え方にに基づき、生涯を通じた**スパイラル型**向上に資する実践的学習を指向すべき

【註】**スパイラル型**の思考法は、初等中等教育でも有効

分析対象のデータを収集 ⇒ データの分析 ⇒ 分析対象の特徴を把握 ⇒ 分析対象の特徴の考察 ⇒ さらに必要なデータを収集 ⇒ 分析対象についての理解の深化 ← (全科学で有効な接近法)

- ② 統計では、データを、**批判的/厳密に吟味することが重要**  
cf. 統計でダマされない能力

- ③ 記述統計学で学ぶ平均等は、単に標本を記述するためだけではなく、統計的推測を行うためにも必要であることの認識が重要

- ◎ 記述統計と推測統計は、統計学の体系を支える両輪 ⇒

- ・ データの記述の域を出ない統計教育
- ・ 演繹的論理のみの統計教育

← 改善が必要

★ 記述統計(「データの分析」)の学習時に、どのようにして推測統計(数学B, 大学基礎)への動機づけ・導入を計るか？

# 5 統計教育での数学/コンピュータの活用

## 5.1 学習指導要領での関連部分

- ① 中学1年:コンピュータによるデータの表やグラフへの整理
- ② 中学2年:コンピュータによるデータの箱ひげ図への表現
- ③ 中学3年:コンピュータによる無作為な標本の抽出・整理
- ④ 高校「数学Ⅰ」:データの分析の項におけるコンピュータの活用
- ⑤ 高校「数学B」:統計的な推測の項におけるコンピュータの活用
- ⑥ 高校の新学習指導要領での「理数探求」,「教科『情報』」,等

### 【具体的な例】

- ・コンピュータによる(擬似)乱数の発生 → **正規乱数の生成**
- ・**逆関数法(変数変換)**による指数乱数の生成
- ・乱数を用いた無作為**標本抽出**・各種**シミュレーション**
- ・**最小2乗法**による**回帰直線の導出**
- ・平均の標本分布の作成      ・**2項分布の正規近似**
- ・比率の標本分布の作成 → **中心極限定理, 母比率の区間推定**

## 5.2 数学/コンピュータの活用事例

### (1) 正規乱数の生成

★ 中心極限定理を利用した方法の例

$$U_1, U_2, \dots, U_{12} \sim U([0, 1]) \Rightarrow Z = (U_1 + U_2 + \dots + U_{12}) - 6 \sim N(0, 1)$$

∴ 一様分布  $X \sim U([a, b]) \Rightarrow E(X) = (a+b)/2, V(X) = (b-a)^2/12$

cf.  $[1, N]$  上の離散型一様分布:  $E(X) = (N+1)/2, V(X) = (N^2 - 1)/12$

### (2) 逆関数法による指数乱数の生成

★ 逆関数を利用した方法

$$X = F^{-1}(U) = -\log(1-U) \sim F \quad ; \quad F(x) = 1 - e^{-x} \quad (x \geq 0), \quad U \sim U([0, 1])$$

∴  $X \sim F(x) \Rightarrow U = F(X) \sim U([0, 1])$

### (3) 擬似乱数に関わるその他の事例

- ・ 乱数の性質 [等確率性(等出現性), 無規則性(独立性)] の検証
- ・ 乱数の利用: モンテカルロ・シミュレーション

【例】 窓口の待行列の長さ(客の到着間隔, 処理時間を乱数で)

## 5.2 数学/コンピュータの活用事例(つづき)

### (4) 最小2乗法による回帰直線の導出の例

$(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_n, x_n)$  : 与えられるデータ

$y = a + bx$  : 当てはめる直線

#### ★ 最小2乗法

$$L = \sum_{i=1}^n \{y_i - (a + bx_i)\}^2 \rightarrow \min$$

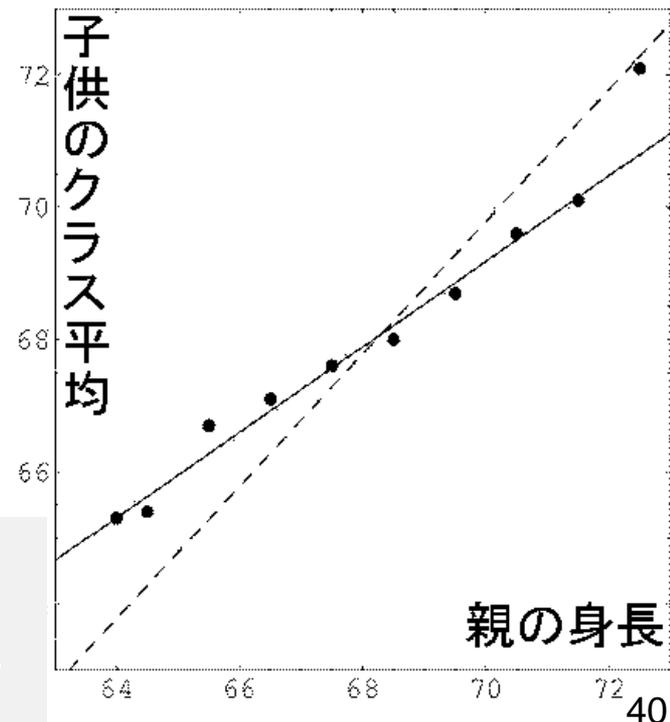
#### 【導出】

$$L = \dots\dots\dots$$

$$= s(b - u/s)^2 - u^2/s + t$$

$$s = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad t = \sum_{i=1}^n (y_i - a)^2,$$

$$u = \sum_{i=1}^n x_i (y_i - a)$$

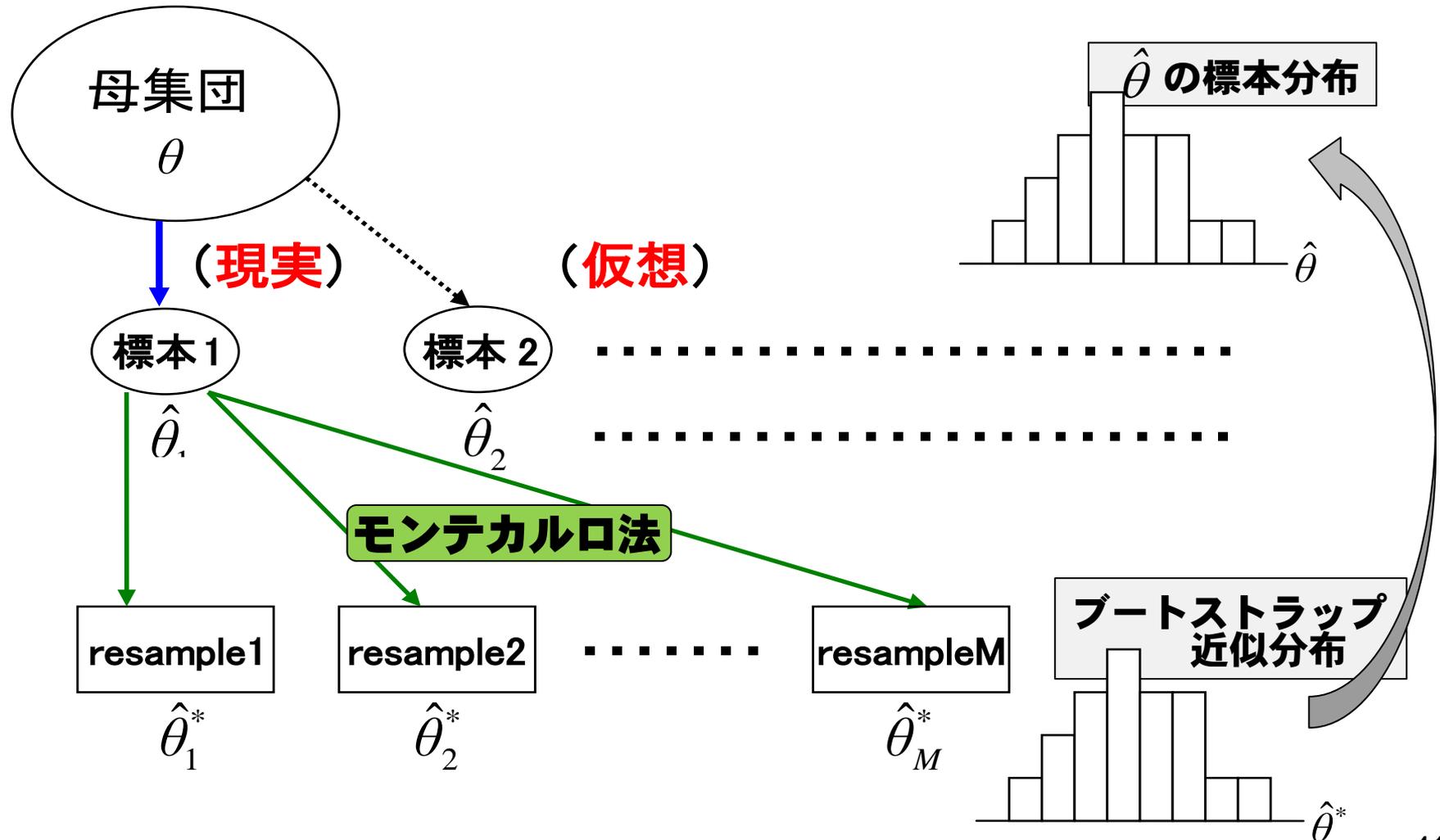


遺伝学者ゴールトンの親子身長データ(1985)  
子の身長=(父の身長+母の身長×1.08)÷2

## 5.2 数学/コンピュータの活用事例(つづき)

### (5) 統計量 $\hat{\theta}$ の標本分布の近似 -- **ブートストラップ法** [11]

$\hat{\theta}$  を、標本相関係数等の複雑な統計量とすると、有難さが分かる！



# ★ 統計検定の企業での活用

於 経済同友会産業懇談会(2017年6月23日)

◇ 例えば, どんな効果が期待できるのか?

- ① 統計は, 企業のほとんどの部署で活用可能
- ② 調査における標本数・各種バイアスの見積もりが可能
- ③ 因果推論により, 現象の要因についての検討が可能
- ④ 傾向スコアにより, 欠測部分の補間・評価が可能

【具体的な例】

- (A) エヌビディア: 画像処理による効果的な特徴探索(優れたAIカー)
- (B) ブリジストン彦根工場: 2000項目間の相関⇒タイヤの真円度向上

◎ 経営者の皆様へのごお願い

- ★ 統計学を学ぶことにより, 問題解決型思考力が獲得できます.
- ★ 統計的センスの向上は, 事業の創出・業務の合理化に貢献します.
- ★ 特に, 経営者は, マネジメントと意思決定の高度化のために, 統計と向き合ってください.

◎ その実現のため次を依頼

- ① 企業内での統計学習の奨励
- ② 統計検定資格取得の奨励
- ③ 就職試験での統計検定資格の評価

# 補 統計学の考え方

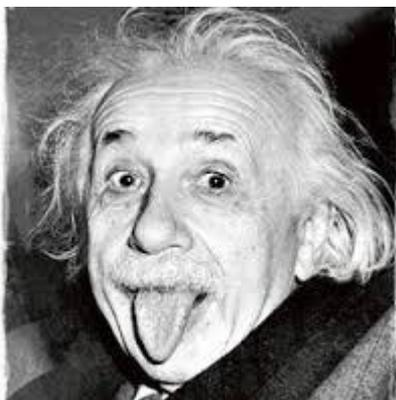
## (1) 数学との対比

### ★ 数学と統計学の相違 [13]

◇ 数学によって得られる命題は「最高レベルの真実」  
数学的真理(演繹的推論) ⇒ 数学は“自然科学の女王”

◆ 統計学では、データと仮説との対応は1:1でない！  
特定のものからの一般化(帰納的推論)

→ 統計に対する懐疑・誤解



宇宙を相手には、  
神はサイコロ遊びをしない！  
(Albert Einstein)

## (2) 統計学の考え方の特質

☆ カール・ピアソン : 「科学の文法(1892)」

他の科学技術で用いる論理/方法論

★ C.R.ラオ [12]

演繹的推論のみによっては、前提の枠を超えるような新しい知識は創造できない。 データに基づく帰納的推論こそが、統計学の真髄である。 そして、帰納的推論の中に、演繹的論理の過程を導入することにより、統計学の論理体系が科学的になる。

【ラオによる模式化】

不確実な  
知識

+

不確実性の度合  
についての知識

=

利用できる  
知識

### (3) 統計学を評して

★ C.R.Rao [12]

全ての判断はその根拠を問えば、統計学である。

★ 竹内啓

統計学を“データの科学”と規定

◎ Ian Hacking [12]

統計学者達が、私たちの世界を変えてきたのだ。それは新しい事実の発見や技術的な発展によってではなく、私たちが推論したり、実験したりして考えを形成していく方法を変化させることによってである。

【1900年以降における20の発見】(I. Hacking)

プラスチック, 知能テスト, 相対性理論, 血液型, 殺虫剤,  
テレビジョン, 品種改良, ネットワーク, 抗生物質, タング頭蓋骨,  
核分裂, ビッグバン理論, ピル, 向精神薬, 真空管, 電子計算機,  
トランジスタ, DNA, レーザー, **統計学**

# 参 考 文 献 (1)

- [1] 日本学術会議数理科学委員会 統計学分野の参照基準検討分科会 (2015), 「報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 統計学分野」, 平成27年12月17日.
- [2] 宿久洋 (2015), 大学における統計教育カリキュラムの標準化を考える, 統計, 2015年3月号, 20-25.
- [3] 統計関連学会連合理事会・統計教育推進委員会, 統計教育大学間連携ネットワーク質保証委員会 (2014), 「統計学の各分野における教育課程編成上の参照基準」, 平成26年8月1日.
- [4] 日本統計学会編 (2015), 『改訂版 日本統計学会公式認定 統計検定2級対応 統計学基礎』, 東京図書.
- [5] 日本統計学会編 (2018), 『日本統計学会公式認定 統計検定2級公式問題集 2015～2017年』, 実務教育出版.
- [6] 田栗正章 (2016), 統計検定へのCBTの導入について, ESTRELA, No.270, 8-13.

## 参 考 文 献 (2)

- [7] 桜井裕仁, 林篤裕, 田栗正章 (2018), 統計検定CBT2・3級の  
問題評価について, 統計数理研究所重点研究3「データサイエンス  
人材育成メソッドの新展開」研究集会資料.
- [8] 深澤弘美 (2014), アメリカ合衆国の中等教育における統計教育  
カリキュラムの特徴, 東京医療保健大学紀要, 2014年第1号, 17-22.
- [9] 東京大学教養学部統計学教室 編 (1991), 『統計学入門(初版)』,  
東京大学出版会.
- [10] Mood, A.M., Graybill, F.A. & Boes, D.C. (1974), Introduction to  
the Theory of Statistics (3rd edition), McGraw-Hill, 379-380.
- [11] 汪金芳, 田栗正章 (2003), 『計算統計 I -- 確率計算の新しい  
手法』, 岩波書店.
- [12] ラオ C.R. 著 藤越康祝, 柳井晴夫, 田栗正章 訳 (2010), 『統計  
学とは何か - 偶然を生かす』, 筑摩書房ちくま学芸文庫.
- [13] 田栗正章, 藤越康祝, 柳井晴夫, ラオC.R. (2015), 『やさしい  
統計入門』, 講談社ブルーバックス.