

大学の確率・統計教育における LMS と数学オンラインテストの 利用

樋口三郎 (龍谷大学理工学部)

<http://hig3.net>



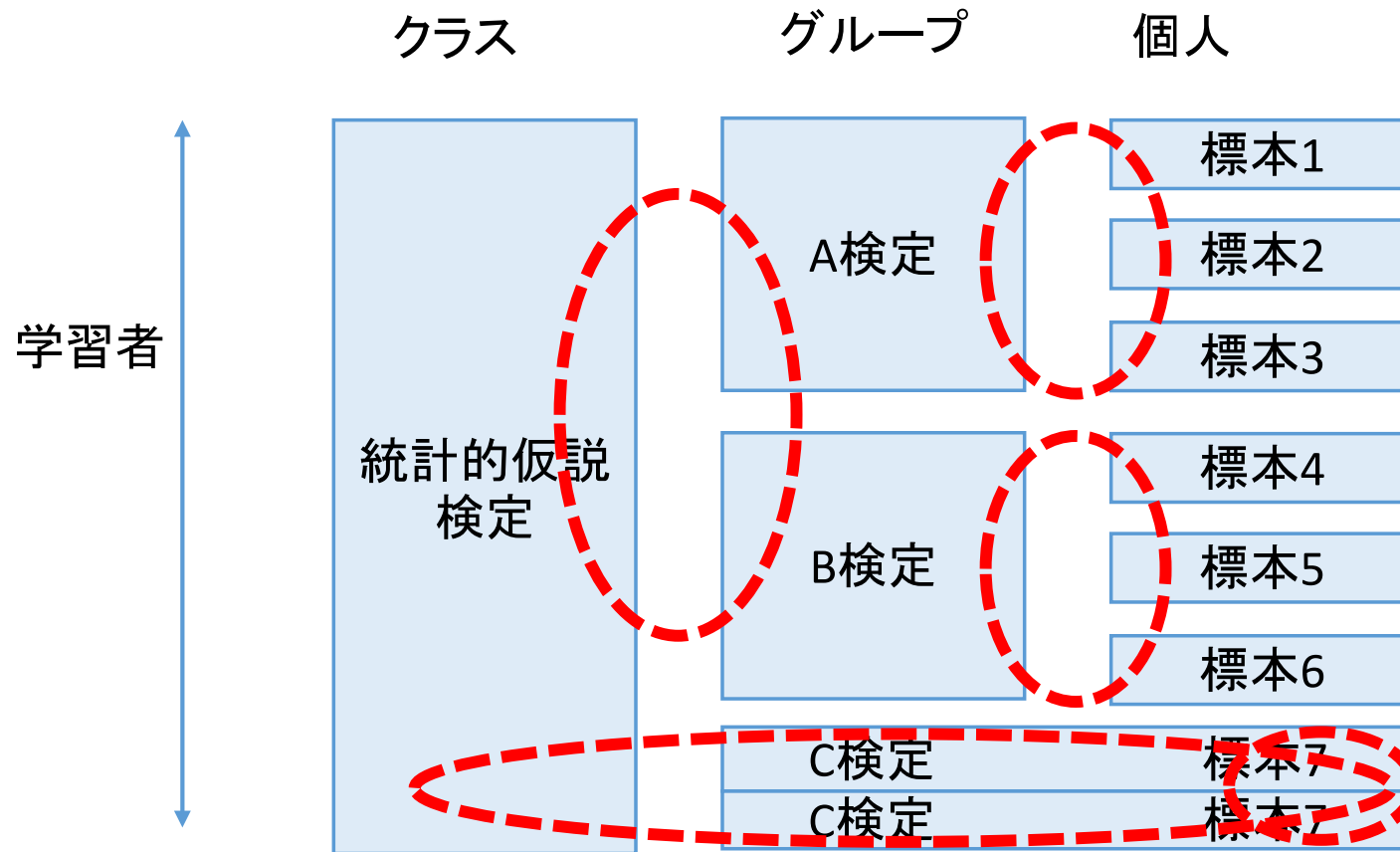
問: どれがいい?

(学習者間の相談が可能な状況)

- 学習者全員に同じ問を与える
- 学習者のグループごとに異なる問を与える
- 学習者一人一人に異なる問を与える

学習者間の議論/コピーは どの領域で起きる?

- ・ 問「与えられた標本から...かどうか論じなさい」



異なる問題を出題して コピー/議論をコントロールできる

- (予想) 異なる問題を出題することで, 学習効果を高められることがある
 - 浅いレベルのコピー/議論を抑制, 深いレベルのコピー/議論を誘導
 - グループ間の議論を抑制, グループ内の議論を誘導
- この作戦はペイする?
 - 低コストな「異なる問題の出題-採点」方法が望まれる

LMSと数学オンラインテスト

- LMS = Learning Management System

- レポート出題回収機能
- 資料配布機能
- (ランダム)自動採点小テスト機能
 - 語句穴埋め形式
 - 多肢選択形式
 - 数値形式
 - 数学オンラインテスト形式

- LMSの例

- Moodle, Blackboard, manaba, ...



数学オンラインテストの例

STACK on Moodle

ランダム出題
=異なる出題

学習者の解答入力

確率変数 X は母平均値1, 母分散49 の正規分布にしたがう。 X の確率密度関数 $f(x)$ を求めよう。

問題の整頓 | 問題のテストとデフ

ただし, STACK/MAXIMAの認識する書式の数式で答えよう。[答え方(リンク)]参照。

`exp(-(x-1)^2/(49*2))`

あなたの入力した数式は次のとおりです：

$$\exp\left(\frac{-(x-1)^2}{49 \cdot 2}\right)$$

あなたの解答の中で使われている変数は $[x]$ です

自動採点・フィード
バック

バックエンドの数式
処理システム=CAS

惜しい！部分的に正解です。
指数関数にかける定数を間違えていませんか？

正解は $\frac{e^{-\frac{(x-1)^2}{98}}}{7 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\pi}}$ で、次のように入力します: `%e^-((x-1)^2/98)/(7*sqrt(2)*sqrt(%pi))`

作問

MAXIMA (CAS)の代入文
HTMLのテンプレート

問題変数

```
m:rand_with_prohib(-5,5,[0])
sigma:rand_with_prohib(2,10,[])
ans:1/sqrt(2*PI*sigma^2)*exp(-(x-m)^2/2/sigma^2)
```

ランダムグループ

問題テキスト*



確率変数 X は母平均値 m , 母分散 σ^2 の正規分布にしたがう。 X 求めよう.

ただし, STACK/MAXIMAの認識する書式の数式で答えよう. [\[答え方\(リンク\)\]](#)参照.

[[input:ans1]] [[validation:ans1]]

大学教育での 数学オンラインテストの先行事例

- **MATH on WEB** 大阪府立大学 webMathematica ベース
- **STACK** Maxima ベース on Moodle
 - 中村泰之 ほか, STACKとMoodleで実践する数学eラーニング, 数理解析研究所講究録1674,40-46, 2010.
 - 亀田真澄, 宇田川暢: Moodle, TeX, STACK による数学の eラーニングの取り組み, 日本ムードル協会, Proceedings of Moodle Moot Japan 2013, pp.22-27, 2013
- **Maple T.A.** Mapleベース
 - 北本卓也: Maple T.A.の授業援用について, 数理解析研究所講究録1907, pp.182-187 (2014)
 - 樋口ほか: 数式自動採点eラーニングシステムによる理工系初年次教育の試み, 教育改革ICT戦略大会, pp.208-209 (2015)

異なる問題の出題コストの削減

- コスト
 - 問題群の生成
 - 学習者に対応させて配布(紙orファイル)
 - 異なる問題群に対応した採点
- 主張:「数学オンラインテストは, 異なる問題の出題・採点も効率的にする」
 - 数学・統計の問題では「ハイパーパラメタ」を指定して多数の問題を一斉に生成できることが多い.「ランダム化」
 - LMS Moodle 3.1, 数学オンラインテスト STACK 3.5.5 (C. Sangwin)
 - 2016年度後期「確率統計及び演習I」
 - 龍谷大学 理工学部 数理情報学科 2年生126名
 - 授業内外で学習者ごとに異なる練習問題・レポート課題出題, Web/紙解答, 手動/自動採点

利用1: 毎回の授業の小テストに備えた Web上のランダム出題練習問題

あるお店のフレンチクルーラードーナッツの重さ Xg は、正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 問題の整頓 | 問題のテストとデプロイ にしたがう。フランチャイズ本部の規定では母分散は $\sigma^2 = 81g^2$ とされているが、実際はそれと異なるのではないかと疑っている。調べるために標本を抽出したところ、次のようになった。

- 標本サイズ 12
- 標本平均値 98g
- 不偏標本分散 $36g^2$

1. 有意水準0.05で母分散の(両側)カイ二乗検定を行う。
2. 帰無仮説を、 $\sigma^2 = 81g^2$ とする(対立仮説を $\sigma^2 \neq 81g^2$ とする)。
3. 帰無仮説のもとで、カイ二乗検定統計量 Y =(数式)は、自由度○○のカイ二乗分布にしたがう。
4. この標本のもとで、カイ二乗検定統計量 Y の値は である。

数値による解答

ただし四捨五入して小数点以下第3位までの小数で、半角の数字、小数点、マイナスだけを使って答えよう。[[答え方\(リンク\)](#)]参照。

5. 有意水準0.05の場合の棄却域は、カイ二乗分布表より $Y < \chi^{**} =$

または $Y >$ $= \chi^*$ である。

ただし四捨五入して小数点以下第3位までの小数で、半角の数字、小数点、マイナスだけを使って答えよう。[[答え方\(リンク\)](#)]参照。これら3つの値の大小関係から、帰無仮説を棄却する(=偽/false)、しない(=真/true)。

解答なし $\updownarrow$

利用方法

- 毎週の授業の最初に紙の小テスト
- それに近い問題を数学オンラインテストで事前に出題
- Web上で解答, 自動採点
 - 毎回異なる数値
 - 何度でもトライ可能
 - 最高点を成績に算入

- 標本平均値 98g
- 不偏標本分散 36 g^2

- 有意水準0.05で母分散の(両側)カイ二乗検定を行う。
- 帰無仮説を, $\sigma^2 = 81 \text{ g}^2$ とする(対立仮説を $\sigma^2 \neq 81 \text{ g}^2$ とする)。
- 帰無仮説のもとで, カイ二乗検定統計量 Y =(数式)は, 自由度○○のカイ二乗分布にしたがう。
- この標本のもとで, カイ二乗検定統計量 Y の値は である。

あなたの入力した数式は次のとおりです：

1

ただし四捨五入して小数点以下第3位までの小数で, 半角の数字, 小数点, マイナスだけを使って答えよう。[[答え方\(リンク\)](#)]参照。

- 有意水準0.05の場合の棄却域は, カイ二乗分布表より $Y < \chi^{**} =$ または $Y > \chi^{**} =$ である。

あなたの入力した数式は次のとおりです：

2

あなたの入力した数式は次のとおりです：

3

ただし四捨五入して小数点以下第3位までの小数で, 半角の数字, 小数点, マイナスだけを使って答えよう。[[答え方\(リンク\)](#)]参照。これら3つの値の大小関係から, 帰無仮説を棄却する(=偽/false), しない(=真/true)。 真

あなたの入力した数式は次のとおりです：

true

- (検定の結果)母分散は81と...

正解ではありません。

正解は 4.889 で, 次のように入力します:

正解は 3.816 で, 次のように入力します:

正解は 21.92 で, 次のように入力します: 統計教育の方法論

正解は true です。

教授者の見る受験履歴

- 修正しつつ
何回も受験

1人の
学生

時間

		終了	16:17	16:26	9 分 42 秒	8.4		✓ 6.0	✓ 2.4
		終了	2017年 01月 12日 03:13	2017年 01月 12日 03:17	4 分 5 秒	0.0		✗ 0.0	✗ -
		終了	2017年 01月 12日 03:19	2017年 01月 12日 03:21	2 分 33 秒	1.2		✗ 0.0	✓ 1.2
		終了	2017年 01月 12日 03:22	2017年 01月 12日 03:24	1 分 30 秒	1.2		✗ 0.0	✓ 1.2
		終了	2017年 01月 12日 03:31	2017年 01月 12日 03:50	18 分 29 秒	6.0		✗ 0.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 12日 03:51	2017年 01月 12日 04:00	8 分 42 秒	3.6		✗ 0.0	✓ 3.6
		終了	2017年 01月 11日 14:14	2017年 01月 11日 14:21	7 分 19 秒	6.0		✗ 0.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 11日 14:21	2017年 01月 11日 14:27	5 分 35 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 11日 11:02	2017年 01月 11日 11:35	33 分 57 秒	10.8		✓ 6.0	✓ 4.8
		終了	2017年 01月 11日 11:36	2017年 01月 11日 11:45	8 分 14 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 12日 00:02	2017年 01月 12日 08:04	8 時間 2 分	6.0		✓ 6.0	✗ 0.0
		終了	2017年 01月 12日 08:05	2017年 01月 12日 08:09	3 分 56 秒	8.4		✓ 6.0	✓ 2.4
		終了	2017年 01月 12日 08:10	2017年 01月 12日 08:16	5 分 47 秒	8.4		✓ 6.0	✓ 2.4
		終了	2017年 01月 12日 08:16	2017年 01月 12日 08:21	4 分 14 秒	9.6		✓ 6.0	✓ 3.6
		終了	2017年 01月 12日 10:38	2017年 01月 12日 10:47	9 分 3 秒	10.8		✓ 6.0	✓ 4.8
		終了	2017年 01月 12日 10:47	2017年 01月 12日 11:05	18 分 5 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 6日 10:03	2017年 01月 11日 13:33	5 日 3 時間	1.2		✗ 0.0	✓ 1.2
		終了	2017年 01月 11日 13:35	2017年 01月 11日 13:39	4 分 7 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 12日 01:12	2017年 01月 12日 01:30	18 分 5 秒	1.2		✗ 0.0	✓ 1.2
		終了	2017年 01月 12日 01:31	2017年 01月 12日 01:41	9 分 53 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 12日 01:41	2017年 01月 12日 01:44	2 分 49 秒	9.6		✓ 6.0	✓ 3.6
		終了	2017年 01月 12日 01:50	2017年 01月 12日 01:53	3 分 21 秒	12.0		✓ 6.0	✓ 6.0
		終了	2017年 01月 12日 00:39	2017年 01月 12日 09:18	8 時間 39 分	0.0		✗ 0.0	✗ -

利用2(←新しい使い方): ランダム出題-手動採点 レポート課題

- 指示: このページを印刷し, 手計算/Excel/R/MCMCを利用してレポートを作成し, 提出しなさい.

	t15
開始日時	2017年 01月 13日(金曜日) 15:32
状態	終了
完了日時	2017年 01月 13日(金曜日) 15:37
所要時間	5 分 22 秒
評点	12.00 / 12.00 (100%)

情報 ▼	チーム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____
---------	-------------------------------

問題 1
正解
12.00 / 12.00
▼
問題編集する

あるキャンドル工場の作るキャンドルの重さはほぼ正規分布にしたがうことがわかっており, 母分散小問 | 問題のテストとデプロイは商品の仕様で 81 g^2 とされている. しかし, 品質管理係のあなたは, 実際の母分散は異なっているのではないかと疑い, 検査のために, 標本を抽出したところ次のようになった.

[89, 101, 63, 107, 98, 120, 97, 96, 102, 105, 116, 112, 96, 105, 106]

母数 θ

帰無仮説を, $\sigma = 9$ として, 有意水準 $\alpha = 0.05$ の(両側)カイ二乗検定を行い, 授業で説明したすべてのステップを記述すること.

CASに備わる確率分布, 擬似乱数で標本を生成

情報	チーム <u>4</u> 学籍番号 <u> </u> 氏名 <u> </u>
----	--

問題 1
未解答
最大評点 12.00

あるキャンドル工場の作るキャンドルの重さはほぼ正規分布にしたがうことがわかっており、母分散は商品の仕様で 81 g^2 とされている。しかし、品質管理係のあなたは、実際の母分散は異なっているのではないかと疑い、検査のために、標本を抽出したところ次のようになった。

[89, 101, 63, 107, 98, 120, 97, 96, 102, 105, 116, 112, 96, 105, 106]

帰無仮説を、 $\sigma = 9$ として、有意水準 $\alpha = 0.05$ の(両側)カイニ乗検定を行い、授業で説明したすべてのステップを記述すること。

解答欄には1と入力しておくこと。

標本サイズ
 $n = 15$
標本平均値
101 g
不偏標本分散
176 g^2

利用方法

- 学習者が各自で表示・印刷して紙で提出
- 教授者が手動採点
- 点数とフィードバックをLMS上で通知
- 紙をスキャンしてWebで返却

1. 有意水準 0.05 で母分散の(両側)カイニ乗検定を行う。
 2. 帰無仮説 $\sigma^2 = 81 \text{ g}^2$ とする。
 3. 帰無仮説のもとで、カイニ乗検定統計量 Y は自由度 14 のカイニ乗分布にしたがう。
 4. この標本のもとで、カイニ乗検定統計量 Y の値は $(15-1) \frac{176}{81} = 30.420$ である。
 5. 有意水準 0.05 の場合の棄却域はカイニ乗分布表より $Y < \chi^{**} = 6.262$, または $Y > 27.488 = \chi^*$ である。これらの値の大小関係が、帰無仮説を棄却する。おで、 $\sigma^2 = 81 \text{ g}^2$ が異なると結論できる。
- 母分散 σ^2 へんでは。

レポートを表示する

すべてを再評価する

完全な再評価を予定練習する

手動採点 支援

各ユーザの評価済みおよび未評価の受験を表示しています。評価済みの受験は、ハイライトされています。この小テストの評価方法は、最高評価 です。

テーブルプリファレンス

テーブルデータをダウンロードする: カンマ区切り (.csv)

ダウンロード

		姓 ^ / 名	IDナンバー	状態	開始日時	受験完了	所要時間	評価/12.00	再評価	Q. 1 /12.00
☐				終了	2017年 01月 17日 14:23	2017年 01月 17日 14:23	13 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 19日 10:04	2017年 01月 19日 10:42	37 分 7 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 19日 10:44	2017年 01月 19日 10:51	7 分 25 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 13日 11:49	2017年 01月 13日 11:51	2 分 3 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 17日 10:37	2017年 01月 17日 10:44	6 分 18 秒	0.00		12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 23日 12:16	2017年 01月 23日 12:17	22 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 16日 17:08	2017年 01月 23日 13:32	6 日 20 時間	0.00		12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 19日 10:35	2017年 01月 22日 02:52	2 日 16 時間	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 18日 18:48	2017年 01月 18日 18:49	39 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 18日 18:49	2017年 01月 18日 18:49	12 秒	0.00		12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 18日 18:49	2017年 01月 18日 18:50	14 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 17日 13:17	2017年 01月 23日 13:32	6 日	0.00		12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 23日 12:47	2017年 01月 23日 12:48	35 秒	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00
☐				終了	2017年 01月 16日 10:30	2017年 01月 23日 12:32	7 日 3 時間	12.00/ 0.00	完了	12.00/ 0.00

大学...LMS と数学オンラインテスト(樋口三郎)

受験をレビューする

第 13 回 統計教育の方法論

18

教員用ページ 手動採点 支援

あるキャンドル工場で作るキャンドルの重さはほぼ正規分布にしたがうことがわかっており、母分散は商品の仕様で 91 g^2 とされている。しかし、品質管理係のあなたは、実際の母分散は異なっているのではないかと疑い、検査のために、標本を抽出したところ次のようになった。

[89, 101, 63, 107, 98, 120, 97, 96, 102, 105, 116, 112, 96, 105, 106]

帰無仮説を、 $\sigma = 9$ として、有意水準 $\alpha = 0.05$ の(両側)カイ二乗検定を行い、授業で説明したすべてのステップを記述すること。

解答欄には1と入力しておくこと。

1

あなたの入力した数式は次のとおりです：

1

正解の途中に
現れるはずの
数値

正解です。

正解は [0.05, 15, 99, 9, 1, 10, 100.867, 13.266, 30.417, 26.119, 5.629, 0.007, true] で、次のように入力します：

[0.05,15,99,9,1,10,100.867,13.266,30.417,26.119,5.629,0.007,true]

点数記録・フィードバック

学生ダミー入力

教員手動採点
結果を入力

大学...LMSと数学オンラインテスト(樋口二郎)

確率統計☆演習I(2016)

小テスト レポート出題:カイ二乗検定

問題 カイ二乗検定(両側, $\alpha=0.05$)を標本から

問題 1

完了 0.00 / 12.00

あるキャンドル工場の作るキャンドルの重さはほぼ正規分布にしたがうことが小問1問題のテストとデプロイわかっており、母分散は商品の仕様で 25 g^2 とされている。しかし、品質管理係のあなたは、実際の母分散は異なっているのではないかと疑い、検査のために、標本を抽出したところ次のようになった。

[117, 108, 96, 111, 103, 115, 93, 90, 101, 114, 102, 97, 102, 96, 95]

帰無仮説を、 $\sigma = 5$ として、有意水準 $\alpha = 0.05$ の(両側)カイ二乗検定を行い、授業で説明したすべてのステップを記述すること。

解答欄には1と入力しておくこと。

1

あなたの入力した数式は次のとおりです：

1

コメント

すばらしい

評点

12 / 12.00

解答履歴

動作

開始

閲覧

受験終了

受験終了

たがうことがわかっており、母分散は商品の仕様で 25 g^2 とされている。疑い、検査のために、標本を抽出したところ次のようになった。

[117, 108, 96, 111, 103, 115, 93, 90, 101, 114, 102, 97, 102, 96, 95]

定を行い、授業で説明したすべてのステップを記述すること。

学習者の主観評価(N=33)

	平均	標準偏差
利用例1:練習問題(ランダム出題)	3.61	1.39
利用例2:レポート(ランダム出題)	3.52	1.12
小テスト(固定出題, 授業時間内)	3.45	1.20

- 龍谷大学 理工学部 数理情報学科 2年生の科目
2016年度後期「確率統計及び演習I」126名
- 5件法
 - 5=とても役だった
 - 1=まったく役立たなかった

確率統計のランダム出題でのSTACKの特徴

- 多くの分布関数をMAXIMAが提供
- 分布関数に基づいた擬似乱数でランダム化
- 数式, 有効数字, 誤差, 単位を考慮した自動採点
- 自動採点による即時フィードバック
 - 学習者の入力と誤りのタイプに応じた加点とフィードバック
- 手動採点支援に利用できる機能
 - 数学オンラインテストで, 自動採点や数式やWeb解答をあえて使わない

異なる問題を出題して コピー/議論をコントロールできる

- (予想) 異なる問題を出題することで, 学習効果を高められることがある
 - 浅いレベルのコピー/議論を抑制, 深いレベルのコピー/議論を誘導
 - グループ間の議論を抑制, グループ内の議論を誘導
- LMSと数学オンラインテストを利用して, 個人別に異なる問題の出題-採点を効率的に行える
- 上の予想を実証したい
- グループ別?