

写真：岩泉町小本海岸

第12回統計教育の方法論ワークショップ

「学びの自覚化」がもたらす
探究的な学習活動
～データを用いた問題解決場面づくり～

岩泉町教育委員会
指導主事 佐藤 寿仁

本研究の主旨

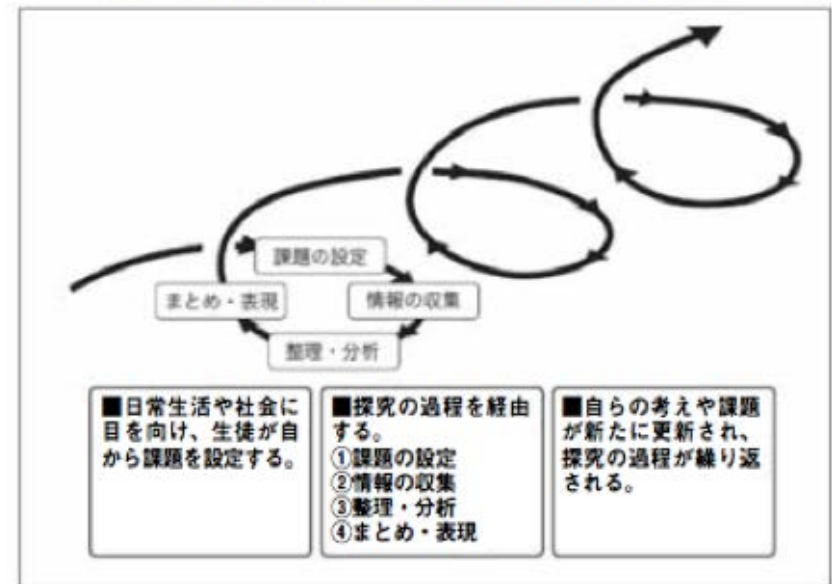
【生徒の学びの自覚化】

生徒が**学びの効力を実感し、**
それを**汎用的に用いることで**
探究的な学びを創り出す生徒

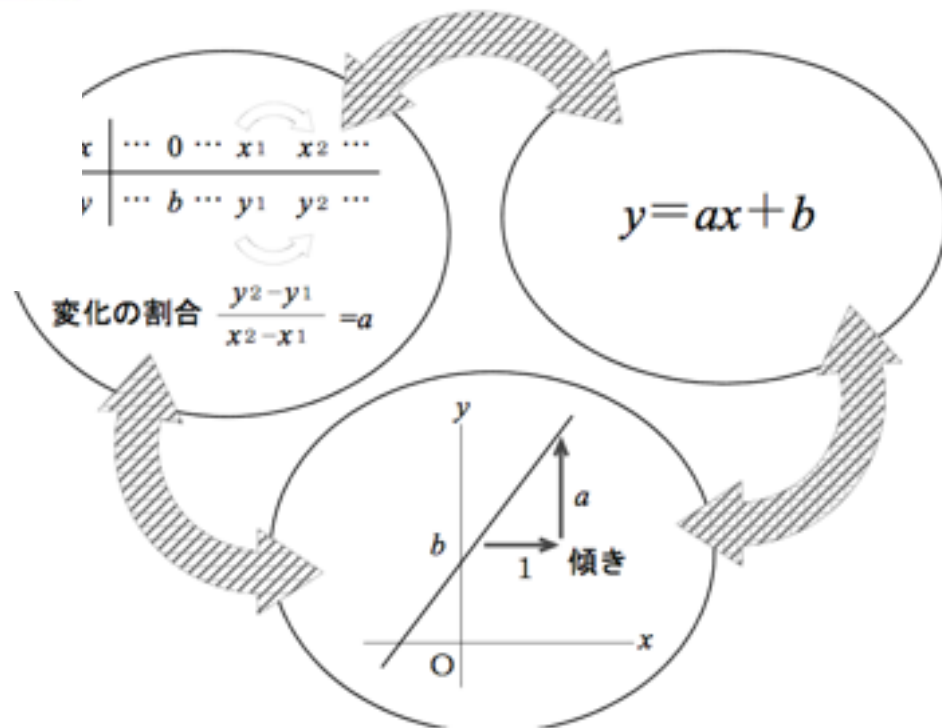
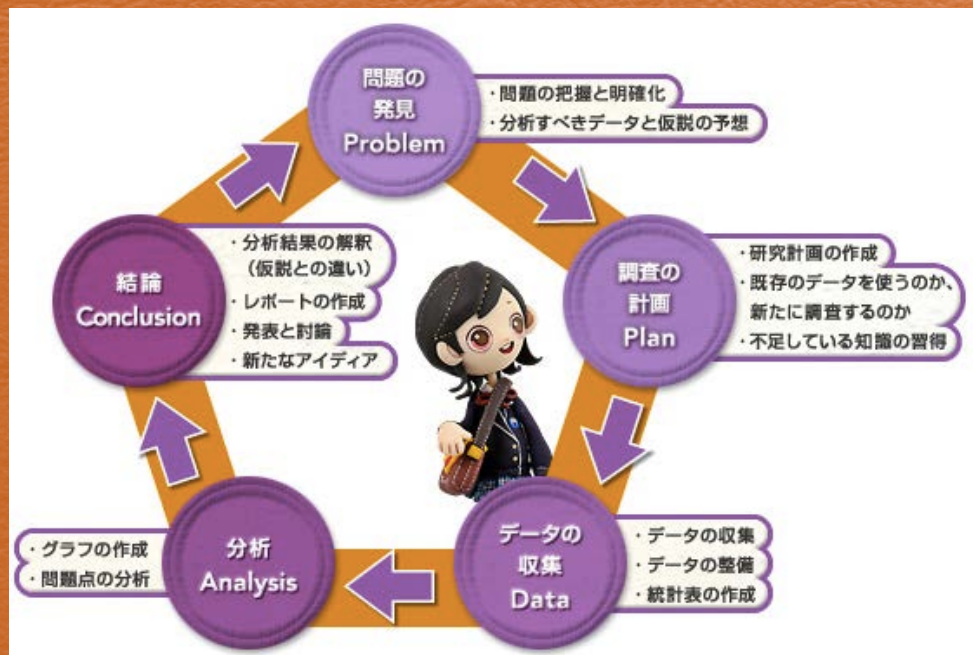
□知識や技能などの結果
の獲得にとどまらない生徒

□学びで得たことを用いて
学び続ける生徒

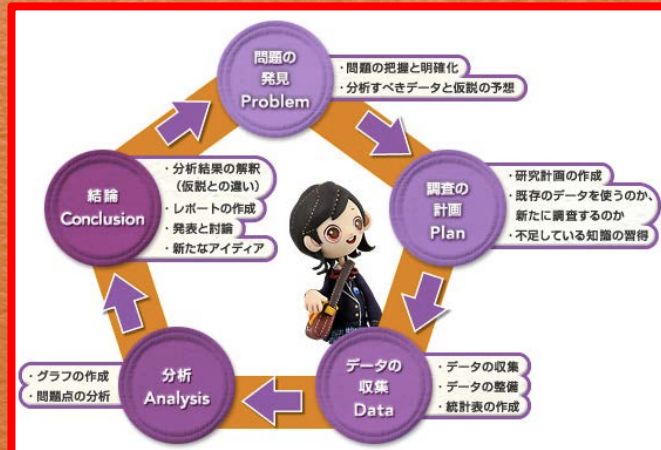
図 探究的な学習における生徒の学習の姿



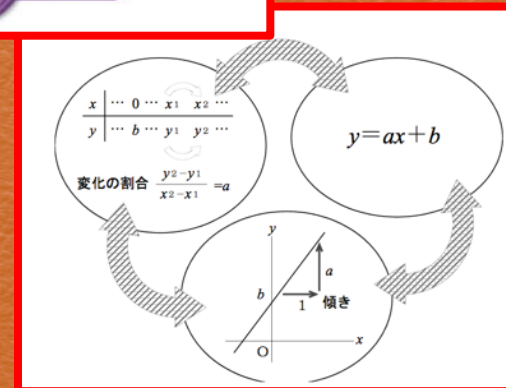
【関数と資料の活用を関連させる】



【関数と資料の活用 を関連させる】



一次関数(第2学年)の学びにおいて
学びの効力感を持たせる学習内容としての開発を…
そして、単元のまとめとして。



I 自ら事象について考察すべき目的や自身で問を持つ。

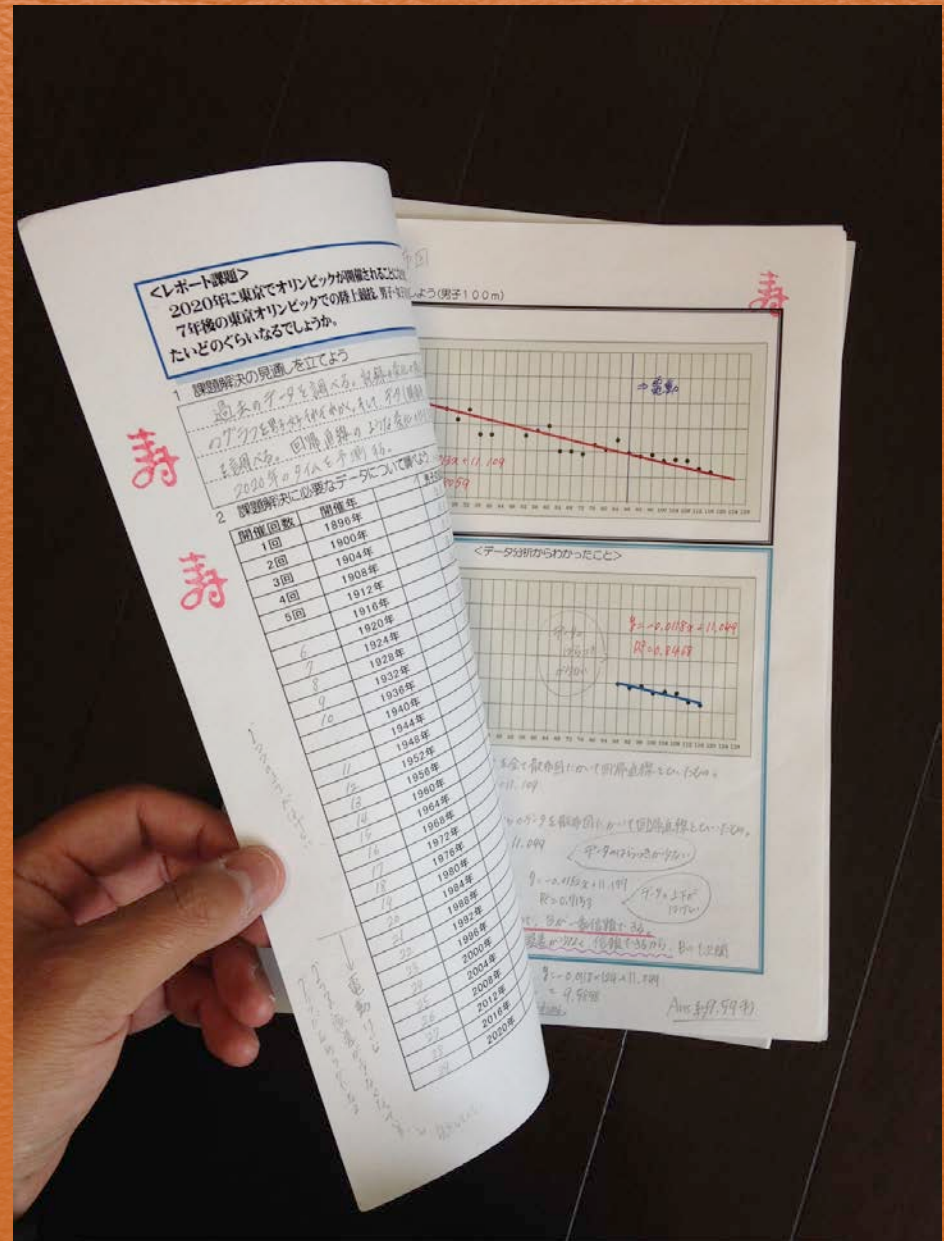
二つの数量の関係を一次関数とみなし、考察する。

一次関数の特徴を用いて、事象を予測的な分析をする。

一次関数での考察から、事象の様相について説明する。

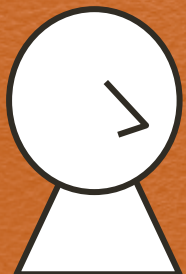
自覚された学びを土台にして、探究的に学びをすすめていく

【レポートの活用】



<問題>

2020年に東京でオリンピックが開催されることになりました。7年後の東京オリンピックでの陸上競技, 男子・女子100mにおける金メダルのタイムはどのくらいになるでしょうか。



大会を行うたびに新記録！がでているような気がする。今よりはいいタイムとなると思うよ。



そりゃそうだけど……。やってみないとわからないよ。東京オリンピックの記録なんてわからない。



今までのタイムのデータをみてみればいいのでは。それをみればなんとかわかるかもよ。

実践内容(授業・レポート作成)

No.6

そういえば富士山の気温を調べた時に点を並べて直線にして考えたことがあったな。

そう。だから100mも記録を調べて、並べてみれば同じようにできると思うよ。

データは、ネットとかみればわかるはずだから調べてみよう

生徒のレポートシートから・・・

1 課題解決の見通しを立てよう

過去のデータを調べる。記録の変化の様子を具体化するために、開帳年と記録のグラフをそれぞれ作成し、データ(開帳年、記録)をわけ、変化の様子を調べる。回帰直線のような変化の仕方をしていく。そこから傾向を見て、2020年のタイムを予測する。

実践内容(授業・レポート作成)

No.7

2 課題解決に必要なデータについて調べよう

開催回数	開催年		男子の記録	女子の記録	開催地
1回	1896年		12.0	—	アテネ
2回	1900年		11.0	—	パリ
3回	1904年		11.0	—	セントルイス
4回	1908年		10.8	—	ロンドン
5回	1912年		10.8	—	ストックホルム
—	1916年		—	—	—
6回	1920年		10.8	—	アントワープ
7回	1924年		10.6	—	パリ
8回	1928年		10.8	12.2	アムステルダム
9回	1932年		10.3	11.9	ロサンゼルス
10回	1936年		10.3	11.5	ベルリン
—	1940年		—	—	—
—	1944年		—	—	—
11回	1948年		10.3	11.9	ロンドン
12回	1952年		10.4	11.5	ヘルシンキ
13回	1956年		10.5	11.5	メルボルン
14回	1960年		10.0	11.0	ローマ
15回	1964年		10.0	11.4	東京
16回	1968年		9.95	11.08	メキシコ
17回	1972年		10.14	11.07	ミュンヘン
18回	1976年		10.06	11.08	モントリオール
19回	1980年		10.25	11.06	モスクワ
20回	1984年		9.99	10.97	ロサンゼルス
21回	1988年		9.92	10.62	ソウル
22回	1992年		9.96	10.82	バルセロナ
23回	1996年		9.84	10.94	アトランタ
24回	2000年		9.87	—	シドニー
25回	2004年		9.85	10.93	アテネ
26回	2008年		9.69	10.78	北京
27回	2012年		9.63	10.75	ロンドン
28回	2016年				リオデジャネイロ
29回	2020年				東京

・過去のデータを調べました。

・オリンピックが行われなかった年もあることがわかった。

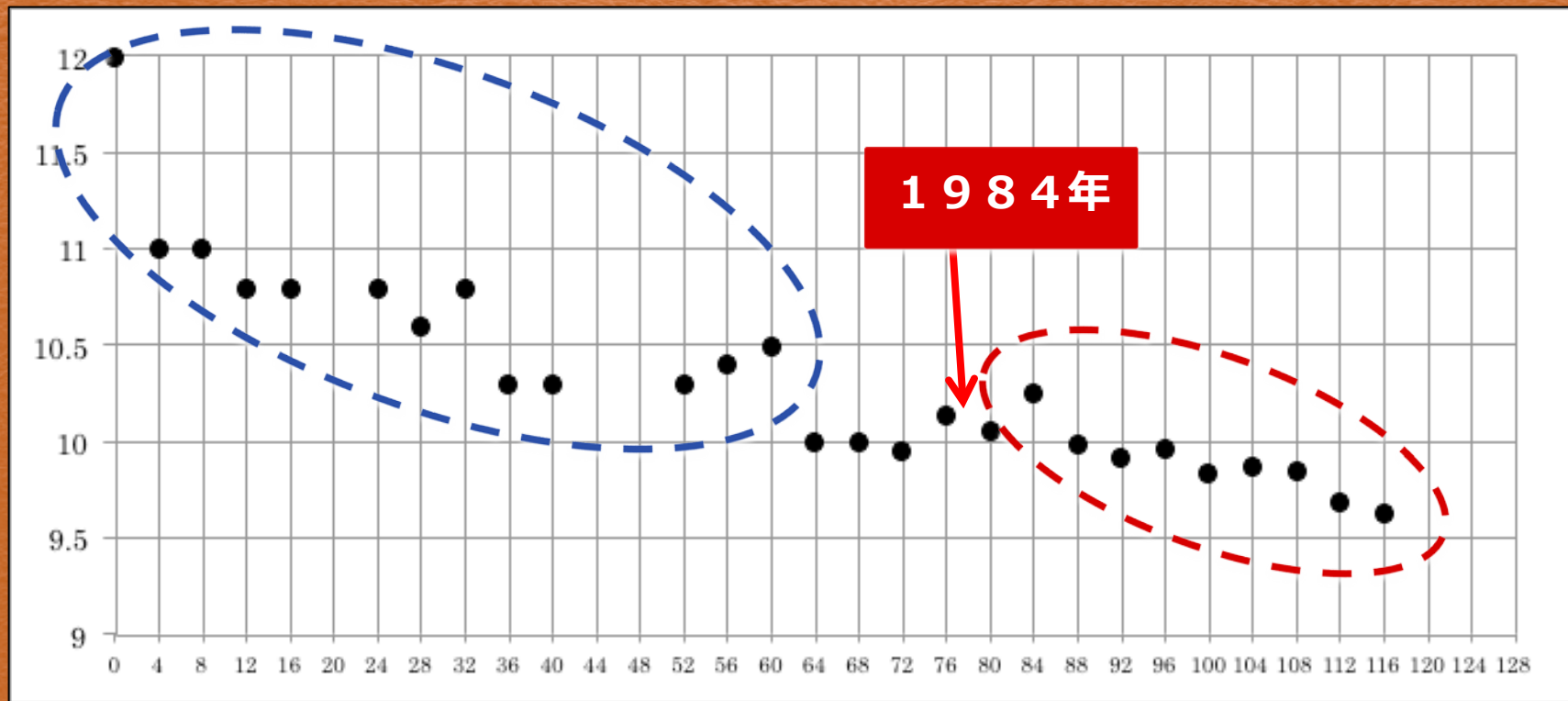
・男子も女子も記録はだんだんよくなっているかな!?

<

きっと、グラフにしてみればわかりやすくなるのでは?

>

男子100mの記録について，座標に点をプロットする活動

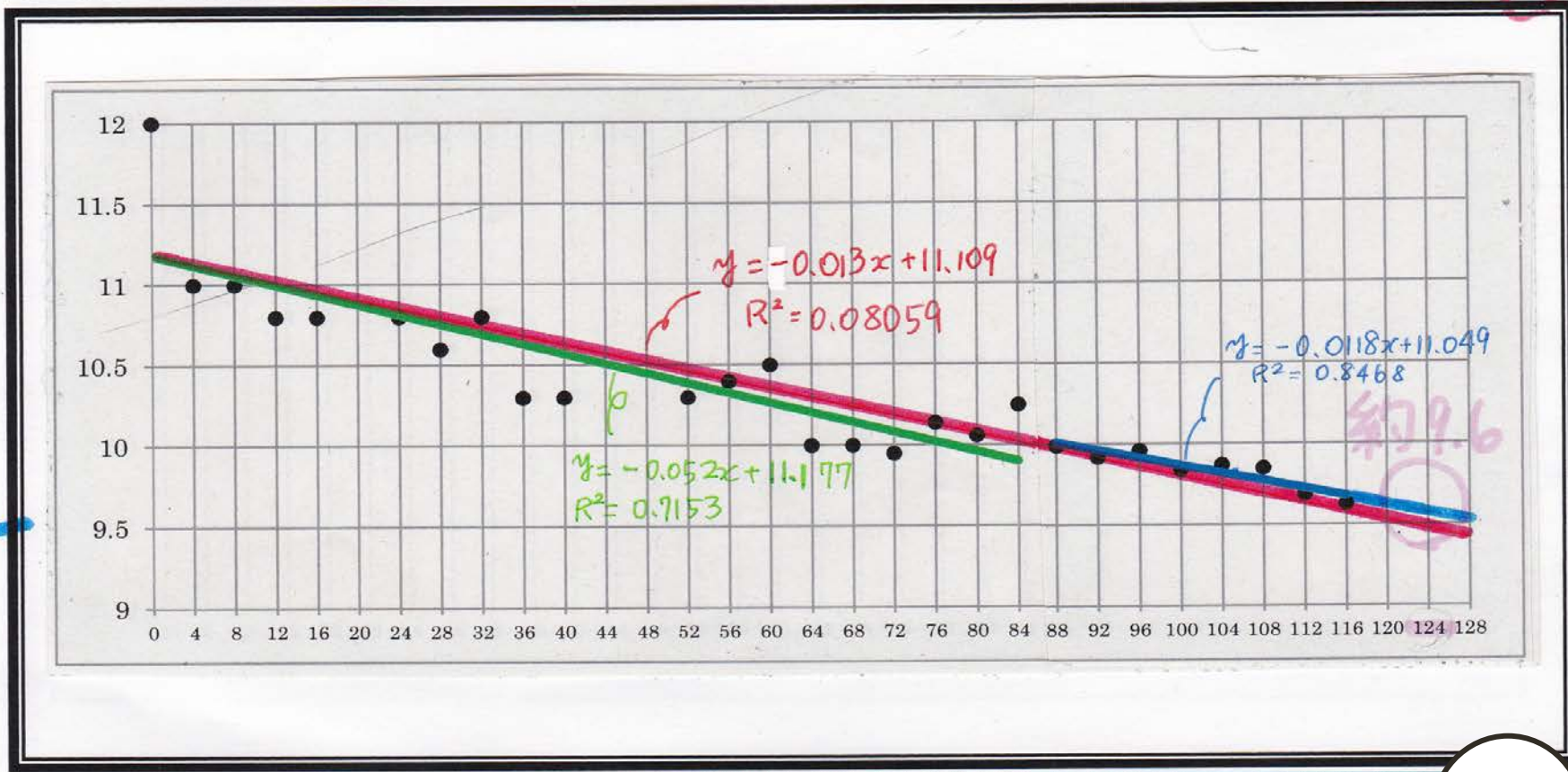


なんかバラバラだなあ…

1984年以降はそうでもないよ。

一次関数とみなして，直線で考える活動

3 データ分析しよう(男子100m)



1984年の前後，データをすべてみたときの一次関数の式で考えてみよう。



一次関数とみなして、直線で考える活動

<データ分析からわかったこと>

赤のグラフ

回帰直線の式

$$y = -0.013x + 11.109$$

$$R^2 = 0.8059$$

◎あまり適さない

△緑よりは R^2 の値は高く
信頼性はあるかもしれない。

×手動と電動のちがう
データをまぜてしまっている

緑のグラフ

$$y = -0.0152x + 11.177$$

$$R^2 = 0.7153$$

◎あまり適さない

△ R^2 の値が3つの中
で1番低い

×手動だから誤差が
大きく変動が大きいの。

◎過去の予想には使える？
もし、もっと前から大会があったら
予想できると思う。

青のグラフ

$$y = -0.0118x + 11.049$$

$$R^2 = 0.8468$$

◎1番適する!!

○ R^2 の値が1に
一番近い

○将来電動を使うと
なると、青がいい。

×しかし、正しい将来までの
予想には使えない。

分けて考えてみると、どれがいいかな…



一次関数とみなして，直線で考える活動

では...

青のグラフを使ってやってみる!!

☆回帰直線を延長する

→ グラフからよみとると

約9.6秒

☆青のグラフの式に代入する

$$y = -0.0118 \times 124(\text{年}) + 11.049$$

$$y = 9.5858$$

9.5858は9.6とみなす!!

→ よしAns. 約9.6秒

青のグラフでよみとると，
東京オリンピックの時には，約9.59秒!!



一次関数とみなして得られた式をよみ, 考える活動

$$y = -0.0118x + 11.049 \quad \text{からわかることはなんだろう?}$$

③のグラフとかいって直線

①のちが
傾きが急

$$y = -0.0118x + 11.049 \quad R^2 = 0.8463$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-0.0118}{+1}$$

①の値
(変化の割合)

これは電動掲示が始まった1972年の
タイムをならすと、大回では88~116間
では開催ごとに0.0118秒/タイムがずんでいることを示す

⇒これに東京オリンピックの「124」を代入すると9.58となる。

東京オリンピックの
金メダルのタイムは

電動のため誤差もほとんどなく、 R^2 も0.8463と①より近い。Ans. 9.59ぐらいだと又相

傾きは、開催ごとに縮んでいくタイムを表している！

一次関数とみなして得られた式をよみ, 考える活動

$y = -0.0118x + 11.049$ からわかることはなんだろう?

<3. -0.0118 は何?>
 -0.0118 は, $y = ax + b$ の a がある。つまり, 変化の割合。
 変化の割合は, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ であるから,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-0.0118}{+1} \leftarrow \begin{matrix} \text{(分)} \\ \text{(年)} \end{matrix}$$

(1年経過すると, y は -0.0118 ずつ縮む)

つまり, 7年は $7 \times -0.0118 = -0.0472$
 よって, 減り幅は 0.05 分縮まると

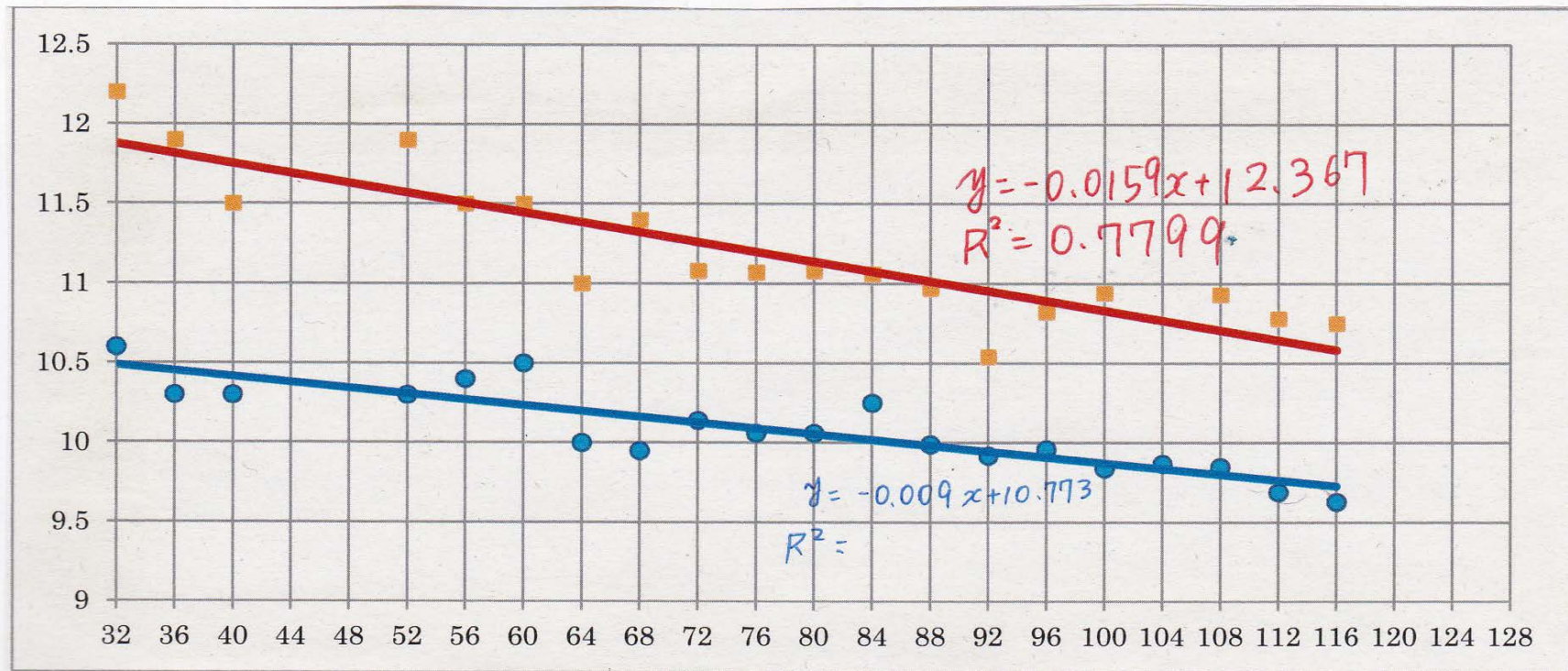
傾きは, 開催ごとに縮んでいくタイムを表している!



実践内容(授業・レポート作成)

一次関数の式を比較して考える活動

男子と女子の結果
について考察



男子の方が速いことがわかる。
でも、傾きをみてみると...



2つの一次関数の式を比較して考える活動

女子... x が1増えると(年が1進むと)
タイムは 0.0154秒縮む

男子... x が1増えると(年が1進むと)
タイムは 0.009秒縮む

a (傾き)に注目すると... $\Rightarrow$ タイムの変化が見える

もともと男子の方がタイム自体は速いが、タイムの変化を見ると、女子ほどの変化は少ない。(少ない)



女子は、もともとのタイムが男子よりもおそいが、タイムの変化は男子よりも大きい

<データ分析からわかったこと>

○今までの男子と女子のデータを比べて...

まず、直線の傾きから女子の方が急で男子の方がなだらかである。これは式の a の値からみえる。男子は「 $-0.009x$ 」であるのに対し、女子は「 $-0.0154x$ 」である。この傾きから分かるのは、男子は段々とタイムを縮めてきたが、女子は急速にタイムを縮めてきたということである。このことから以下のようにまとめた。

a の値... タイムの縮め方の傾向が分かる。(グラフの傾き)

男子の a の値	女子の a の値
0.009	0.0154

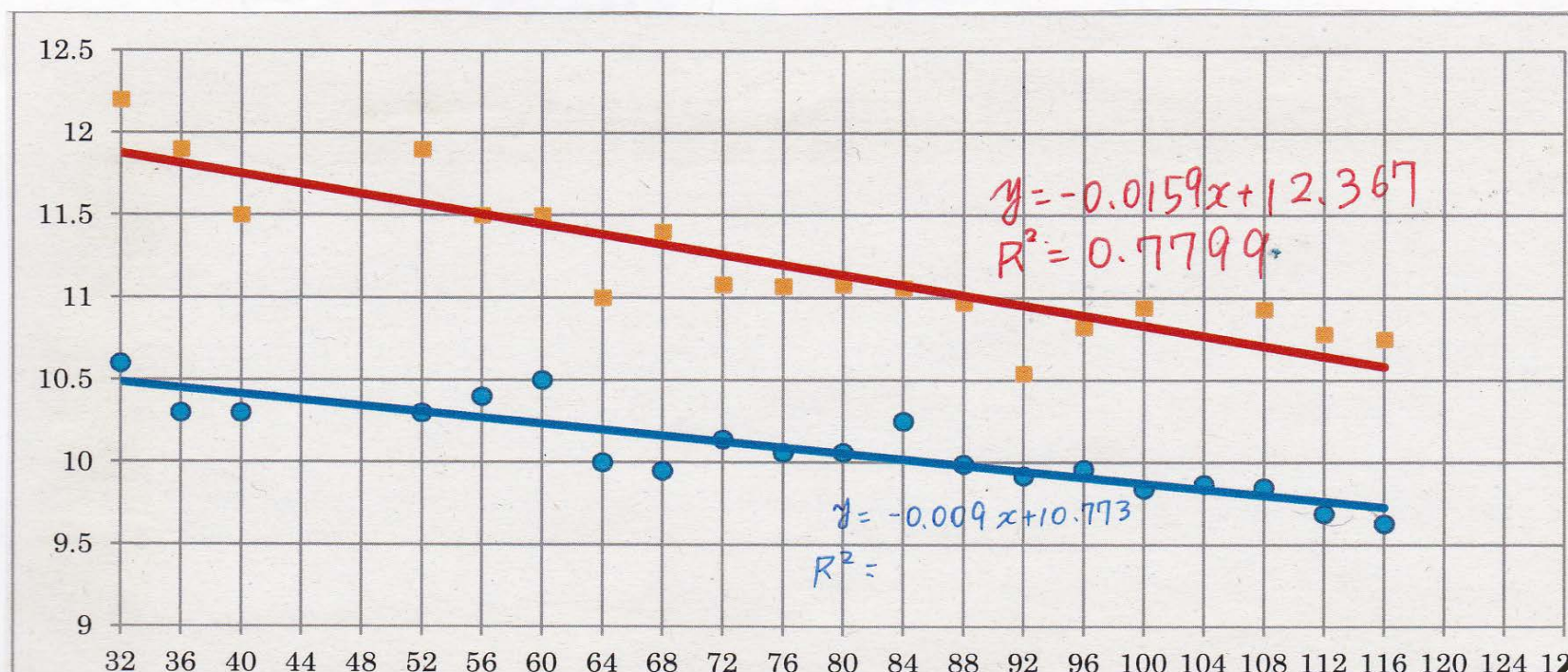
男子より女子の方が急速に速くなっている。

傾きの大きさから、男子と女子の記録の変化の違いがわかる。女子の方が、どんどん記録がよくなっているのではないかな。



2つの一次関数の式を比較して考える活動

…ということは？どんなことがいえるの？(私)



それはないですよ。だって…



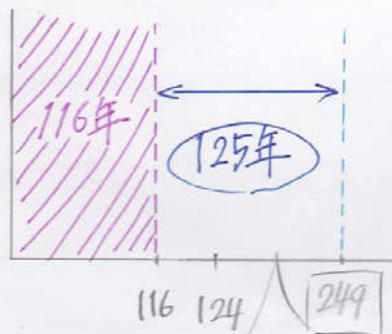
実践内容(授業・レポート作成)

2つの一次関数の式を比較して考える活動

…ということは？どんなことがいえるの？(私)

データが変われば、回帰直線の傾きが変わるので。

男子と女子のタイムが同じ(ある点)
(交点)を予測するのは難しい。



116 124 249 → 男子と女子の式を連立させてでたに交点。

125年分のデータが無い
(手にはわらない。)

⇒ これからデータが
変わっていくことが考えられる。 傾きも
変わる。

これからの
データが変わ
れば、直線も
変わるだろう。

<

採用した数学的な手法に誤りがあるのではなく、その状況や前提の捉え方に問題があることを見出すことができた。変化の割合及び傾きを事象の傾向(トレンド)をよみ、今後おこるべきことについて予測するためのものとして使うことのよさについて、つまりは本当の意味で一次関数を使うということを探求的な学びの方向性として考えることができたと思われる。

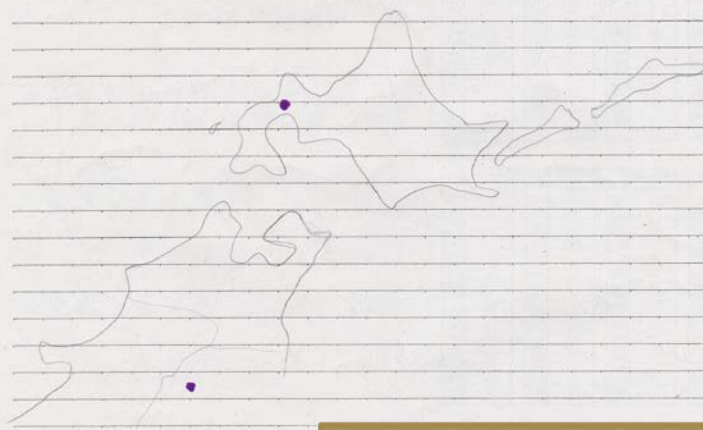
新たな問題に取り組む際には、取り組み方が変化する

レポート

札幌と盛岡における

都市化の影響は

本当にいえるのだろうか。



B 組

1. 問題

札幌市の冬の最低気温には、本当に都市化の影響が顕著に表れているといえるのだろうか。

2. 計画、手法など

まず札幌市の冬の最低気温の傾向を調べるために、この場所の最低気温のデータを収集した。存在しているデータは1931年から2010年までの80年間分である。1年ごとに1月の最低気温の平均の値をとり、小数点以下第一位までである。

そのデータを散布図としてグラフにおき、点の散らばりを見る。そしてその散布図においての回帰直線の式を求める。その直線の式から分かることや、グラフのカタチから分かることを読み取る。

3. データ収集など

①札幌市の1931年～2010年の1月の平均最低気温を集めた。

比較材料。

②盛岡市の1931年～2010年の1月の平均最低気温を集めた。

札幌市の1月の最低気温の平均のデータ(単位:度C)

年	最低気温	年	最低気温	年	最低気温	年	最低気温
1931	-8.2	1951	-8.6	1971	-5.9	1991	-4.5
1932	-6.3	1952	-7	1972	-6.4	1992	-3.7
1933	-7.7	1953	-7.5	1973	-4.1	1993	-3.5
1934	-8.3	1954	-8.7	1974	-7.5	1994	-5.7
1935	-7.2	1955	-8.4	1975	-7.6	1995	-7
1936	-8.4	1956	-8.5	1976	-6.3	1996	-3.9
1937	-8.3	1957	-5.8	1977	-5.7	1997	-4
1938	-8	1958	-5.5	1978	-8	1998	-6.7
1939	-9.9	1959	-6.2	1979	-5.2	1999	-5.1
1940	-10.8	1960	-6.8	1980	-4.2	2000	-3.8
1941	-4.3	1961	-6.3	1981	-6.2	2001	-7.6
1942	-6.3	1962	-5.2	1982	-5.3	2002	-4.8
1943	-8.1	1963	-6.1	1983	-4.4	2003	-8.2
1944	-8.1	1964	-5.2	1984	-6.5	2004	-5.1
1945	-7.7	1965	-5.5	1985	-5.9	2005	-5.9
1946	-7.7	1966	-4.5	1986	-7.3	2006	-5.7
1947	-6.7	1967	-6	1987	-6.4	2007	-2.3
1948	-4.8	1968	-4.8	1988	-4.2	2008	-4.9
1949	-2.8	1969	-6.5	1989	-6.1	2009	-4
1950	-7	1970	-6.1	1990	-7.4	2010	-4.2

ちなみに...

<札幌> 最大値 -4.1°C (1991)

最小値 -14.7°C (1945)
(いかに気温が低い)

<盛岡> 最大値 -2.5°C (2007)

最小値 -11.7°C (1945)
(いかに気温が低い)

札幌市の1月の最低気温の平均のデータ(単位:度C)

年	最低気温	年	最低気温	年	最低気温	年	最低気温
1931	-12.7	1951	-10.9	1971	-9.3	1991	-4.1
1932	-7.1	1952	-8.1	1972	-7.5	1992	-6
1933	-11.5	1953	-10.8	1973	-8.4	1993	-4.9
1934	-8.8	1954	-10	1974	-7.8	1994	-5.3
1935	-9.3	1955	-9.8	1975	-6.3	1995	-5.2
1936	-10.7	1956	-9	1976	-7.8	1996	-7.2
1937	-10.3	1957	-9.7	1977	-11.6	1997	-5.9
1938	-11.5	1958	-7.6	1978	-9.6	1998	-8.4
1939	-12.8	1959	-8.2	1979	-8.8	1999	-6.7
1940	-13	1960	-10	1980	-7.1	2000	-4.4
1941	-10.4	1961	-10.5	1981	-6.8	2001	-9.7
1942	-12.1	1962	-7.6	1982	-7.8	2002	-5.7
1943	-10.8	1963	-8.9	1983	-6.7	2003	-7.2
1944	-10.7	1964	-7.7	1984	-8.5	2004	-5.8
1945	-10.5	1965	-6.2	1985	-10.8	2005	-7.1
1946	-10.5	1966	-8.1	1986	-9.3	2006	-6.8
1947	-8.9	1967	-11.1	1987	-8.6	2007	-4.7
1948	-6.8	1968	-7.3	1988	-7.2	2008	-4.9
1949	-6.3	1969	-8.5	1989	-7.7	2009	-4.5
1950	-8.5	1970	-10.7	1990	-9	2010	-4.9

20 20 20 20
80年間

新たな問題に取り組む際には、取り組み方が変化する

④ 回帰直線およびその式をみる④

回帰直線は赤く引いてある直線である。これもやや右上がりになっている。

回帰直線の式は、

$$y = 0.0646x - 11.21$$

$$R^2 = 0.4671$$

である。

傾きである x の値は、ここでは1年経つごとに何度上昇しているのかを表している。つまりこの式からは、1年で約 0.0646°C 上昇していることがわかる。

では、本来に「札幌の気温の傾向」は
いえるのか？

「100年で 6.5°C 上昇」

しているかをみるために、 x に100を代入する。

$$0.0646 \times 100 = 6.46$$

回帰式に入れた
約 6.5°C

つまり気象庁はこの値を 6.5 として分析している。

しかし、ここにはいくつかの問題点がある。

① 80年のデータしかないのに100年分を予想しているのか？

あくまで80年分のデータしか用いておらず、20年分のデータが欠損していることを無視して予想しているというのは、やはり科学的な性に欠けてしまうだろう。

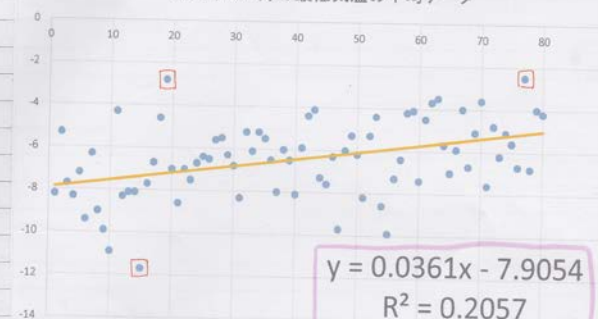
② R^2 係数が低いのにこの回帰直線を信頼し、求めてしまっているのか？

R^2 係数というのはいわば信頼度のようなもので、1に近づくほどその回帰直線の信頼性が高いということなのである。この係数は大体 $0.7 \sim 0.8$ 以上が望ましい。ところがこの直線の R^2 係数は 0.4671 と半分以下とかなり小さい。

つまりこの回帰直線の信頼性が低いまま未来の予測に使うというものでないか？ということである。

同様にして、盛岡のデータも散布図に表し、グラフも作成してみた。

盛岡市の1月の最低気温の平均データ



こちらの散布図は条件どう札幌のものよりばらつきが激しいように見える。ばらつきが大きいため、 R^2 係数の値が非常に低い。すなわちこの回帰直線の信頼度は非常に低いということである。

とりあえずこの式で求めてみると、

「盛岡市の気温は100年で 3.6 度上昇している」ということになる。しかしこれは以前のようにあくまで予想でしかないため未来に直接結びつくものではない。

5. まとめ(考察)

毎日新聞によって取り上げられた、「札幌市の冬の最低気温は100年で 6.5 度上昇している」というものはあくまで試算であるため、科学的な性は非常に低い。つまり、今までのデータでの計算は100年の傾向を見るためにはふさわしくないということである。

データ数が少ない場合に遠い未来の予測や傾向の予測をすることはあまり向いていない。そのまわりの傾向が10年、200年先まで続くとは限らないからだ。

【生徒の学びの自覚化】

生徒が**学びの効力を実感し、**
それを汎用的に用いることで
探究的な学びを創り出す生徒

数学教育における
カリキュラムマネジメント



学びの場面づくり

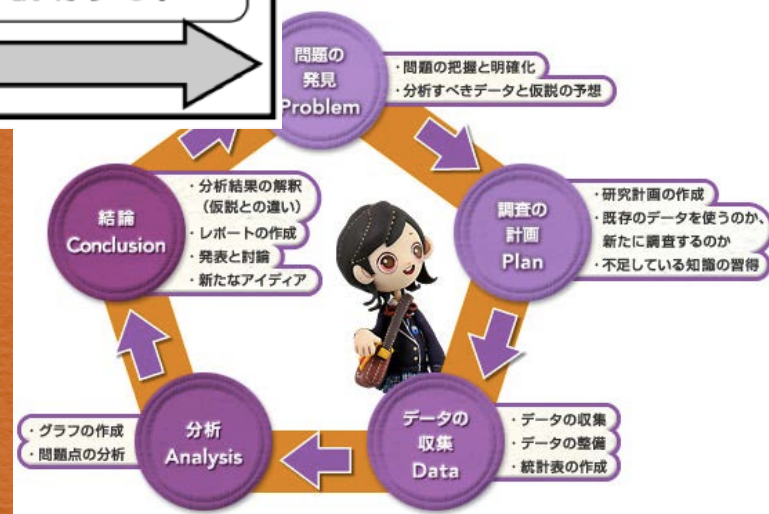
I 自ら事象について考察すべき目的や自身で問を持つ。

二つの数量の関係を一次関数とみなし、考察する。

一次関数の特徴を用いて、事象を予測的な分析をする。

一次関数での考察から、事象の様相について説明する。

自覚された学びを土台にして、探究的に学びをすすめていく



第12回統計教育の方法論ワークショップ

「学びの自覚化」がもたらす 探究的な学習活動 ～データを用いた問題解決場面づくり～

岩泉町教育委員会
指導主事 佐藤 寿仁