

「教室内で体験できる！ データの採取から分析まで」

シミュレーション器材(パッティング機)を用いた
データの分析 教育実践報告

～データの適切な採取から
回帰分析と2群比較まで～

授業実践事例

発表者 林 宏樹(兵庫県立加古川北高等学校)

連名者 稲葉太一(神戸大学)

荒木孝治(関西大学)

(社)日本品質管理学会関西支部 品質管理教育教材開発研究会

0 はじめに

まず、今回の研究授業の概要として、実施日時、対象者、授業の目的、使用する機材、工程能力指数について述べる。

0.1 日時

授業は、以下の2日(各50分×2コマ)で実施。

第1日目:

12月14日(水) 9:45～11:35 50分×2コマ(途中10分休憩)

第2日目:

12月16日(金) 13:20～15:10 50分×2コマ(途中10分休憩)

0.2 対象者

兵庫県立加古川北高等学校

2年8組42名(男子32名、女子10名)物理選択の理系生徒

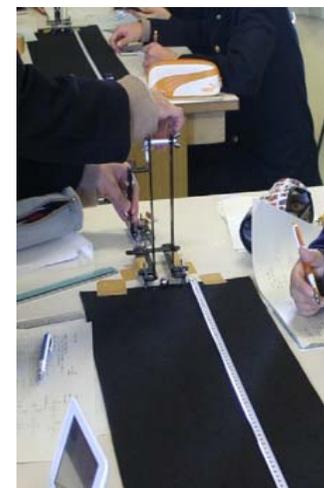
補足: 現行の学習指導要領で学んでいる生徒であり、統計に関する内容を学校での授業で全く学習していない生徒である。

0.3 本授業の目的

- ・来年度より数学 I で実施される「データの分析」に関して、全く統計を習っていない現行の生徒(高校2年生)がどの程度、興味をもち、関心をもって実習できるかを考察する。
- ・教科書にあるデータを使って計算をするのではなく、生徒自身が測定したデータを使って、データの和、2乗和、平均値、平方和、標準偏差の計算をさせる。さらに、“散らばり”を始めとする、種々の値の意味を理解させる。また、数字のもつ意味に関心をもち、単純な数字の大小だけでデータを読み取るのではなく、その数字(データ)のもつ意味を判断する力を養う。
- ・50分×4コマの時間内で、データの取得から分析までを、教室内で実施することが可能であるか確かめる。

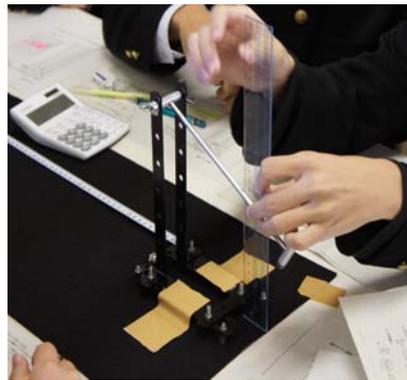
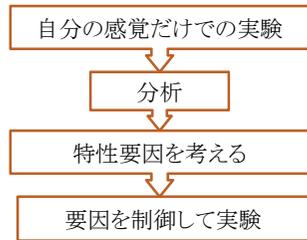
0.4 授業で用いる器材

以下のような「パッティング機」を用いる。

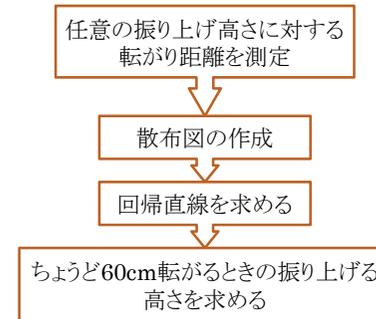


0.5 50分×4コマの実習の流れ

実習1, 2: 「何回転がしても、ちょうど60cmしか転がらない
パッティング機を設定しよう」

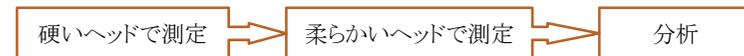


実習3: 「振り上げ高さとの転がり距離との関係を調べる」



実習4

「パターヘッドによる距離の違い」



0.6 工程能力指数について

今回の実習では、工程能力指数という値を使用する。標準偏差の値を使用して実施してもよかったが、生徒が企業で行っている内容と、授業で習う内容が近似していることを実感してほしいと願い、この値を使用する。

工程能力指数 $Cp = \frac{\overset{\text{固定値}}{S_u} - S_L}{6s}$ 標準偏差に依存する

(S_u は、上限規格値、 S_L は下限規格値)

Cp が大きい → データの散らばりが小さい

Cp が 1 より大きい

不良品の発生率
約1000分の3程度

概ね良好

Cp が 1.33 より大きい

不良品の発生率
約10000分の1程度

良好

1. 授業展開・結果・考察

1.0 第1日目(1,2コマ目)

- 1日目の目的は、散らばりの理解である。まず、1コマ目は、自分の感覚だけでちょうど60cmを目指して転がす実習1を行う。次に、2コマ目は、結果に影響を与える事柄(要因)を列挙し、これらをコントロールすることを目指す実習2を行う。

1.1.1 実習1(自分の感覚だけの実験)

- 1-1) データには、ばらつきがあることが当たり前であることを知る。
- 1-2) 「散らばり」とは、何かを知る。
- 平均値、平方和、分散、標準偏差の計算式、偏差値の説明をする。
- 1-3) 工程能力指数を説明する。

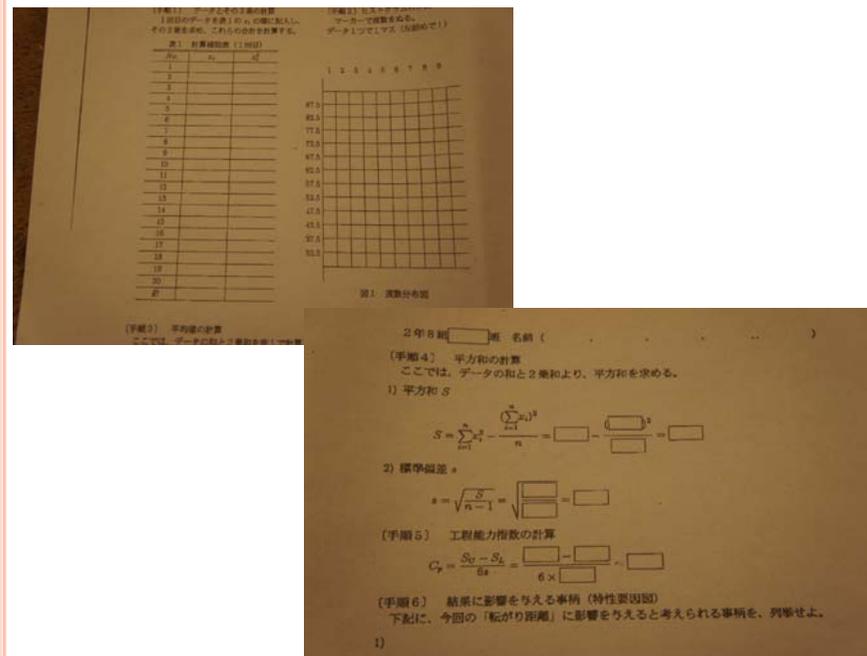
今回の実習では、ねらい値を60cmとし、上限規格値 $S_u = 70(\text{cm})$ 、下限規格値 $S_L = 50(\text{cm})$ と設定します。

1-4) パッティング機(シミュレーション器材)を利用して、データを測定する。

- 今回、すでに組み立てられた状態のパッティング機を利用する。振り子の原理を利用したパターで、その下に置いた球をちょうど60cm転がすように測定するという実習を行った。測定する時間帯を設定し、20回連続で球を転がし、そのデータを測定する。
- 4,5人を1組とし、1回目は、何も条件を設定せずに、生徒の感覚だけで測定を行う。

1-5) データを表でまとめ、ヒストグラムを描かせる。そして、平方和、標準偏差、工程能力指数を計算させる。

1-6) 転がりの距離(特性)に影響を与える事柄(要因)を列挙させる。



1.1.2 実習2(要因を抑制する実験)

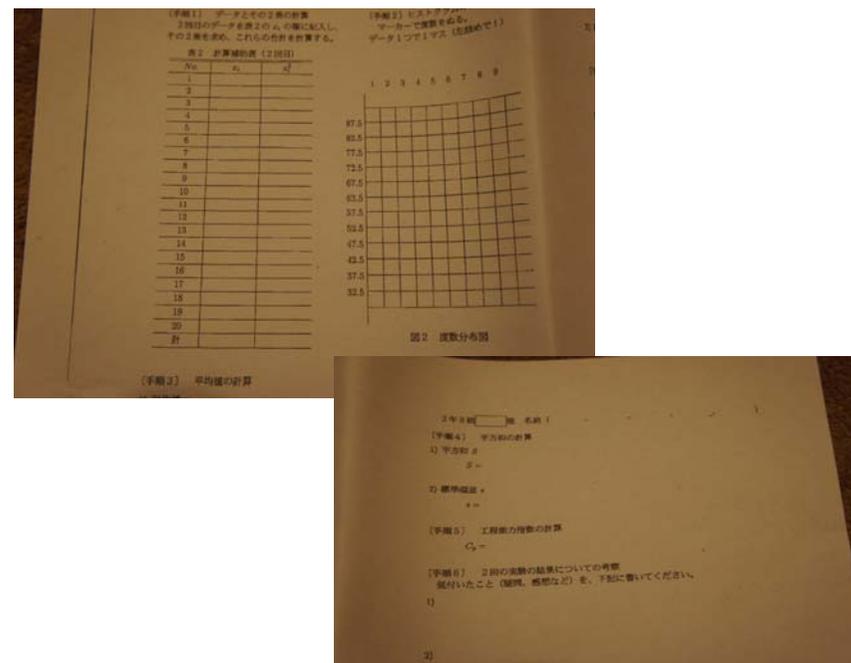
2-1) 2回目の測定にはいる。

- 1-6で考えた特性と要因の関係を基に、散らばりを減らすような工夫を各班で行うように指示し、作業を工夫する時間を与えてから、2回目の測定をさせる。

2-2) 1回目と同様に、データを表でまとめ、ヒストグラムを描かせる。そして、平方和、標準偏差、工程能力指数を計算させる。

2-3) 1回目の測定と2回目の測定で、ヒストグラムを比較し、工程能力指数がどのように変化したかを考察させる。

- ここで生徒に、身近な値として知っている“平均値”が同じであっても、工程能力指数が違う場合があることを気づかせ、どちらの実験の方が精度の高かったかを考えさせる。精度が高いかどうかには、平均値の情報ではなく、データの散らばりを意味する標準偏差の値が大切であることを通して、標準偏差という数字の意義を正しく理解させる。



1.2 実習1、2の結果

- これらの実験の目的は「何回転がしても、ちょうど60cmしか転がらないパッティング機を設定しよう」である。

表1. Cpの値

班	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験1	0.633	0.676	1.044	1.015	0.141	0.230	0.631	0.478	0.879	0.416
実験2	0.998	1.362	0.956	0.524	0.286	0.297	0.905	0.478	0.725	1.656
	↗	↗	→	↘	↗	→	↗	→	→	↗

(連続20回を測定、1回目は感覚のみ、2回目は要因を制御させる)
(Cpが0.1程度の変化は、実験1,2の改善は見られないと判断した。)

- 工程能力指数は、上がった班5つ、変化が小さかった班4つ、下がった班1つであった。

1.3 実習1、2の考察

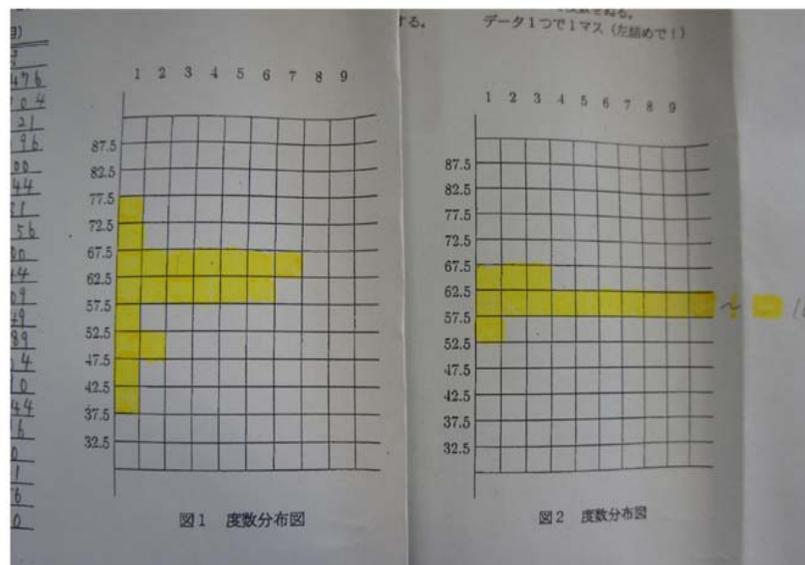
表2 第10班の実験1、2の結果

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	変化なし	
実験1	74	52	39	64	60	62	59	66	70	62	大きく変化!	
実験2	56	62	61	60	64	62	62	58	63	62		
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均値	Cp
	47	57	67	52	64	62	64	60	61	66	60.4	0.41
	63	62	60	58	61	59	59	60	59	60	60.55	1.66

(転がり距離 単位 cm)

上記の表が第10班の結果である。転がり距離の平均値は、ほとんど変わらなかったにもかかわらず、工程能力指数が1回目0.41、2回目1.66と2回目の測定で大きく改善された班があった。20回ずつのデータをヒストグラムから判断し、2回目のデータの方が60cmに近い値ばかりがそろっており、2回目の方が実験の精度が上がったことは生徒自身実感している。ここで、生徒は、データを記入した表ではなく、**視覚的にデータを捉えるためにヒストグラムと比較していた**。ヒストグラムの有用性を理解したであろう。しかし、平均値ではまったく差が出なかったことには驚いていた。そこで、班で議論をした結果、標準偏差(工程能力指数)に大きな違いがあることに気づき、データの散らばりを捉える値として標準偏差の意義を実感していた。

画像1 実習1、2の実験を比較したヒストグラム



2.0 第2日目(3,4コマ目)

- 2日目は、散らばりの理解を前提に、要因をうまく制御するための1つの方法としての回帰分析と、要因による違いを見つける2群比較(平均値の差のt検定)の実習を行う。なお、距離に影響を与える要因として、“振り上げの高さ”を取り上げ、2群比較では、パターヘッドを2種類(硬い面、柔らかい面)変えて実験する。

2.1.1 実習3(振り上げ高さ と 転がり距離 との関係)

3-1) 20種類の高さを各班で自由に設定し、高さx(cm)に対する転がり距離y(cm)を測定させる。

3-2) 3-1のデータをグラフ用紙に打点させ、散布図を作成させる。

- このとき、x軸、y軸の範囲、1マスの単位は一切指示せず、生徒自身に考えさせ、x軸、y軸を設定して、散布図を描かせる。

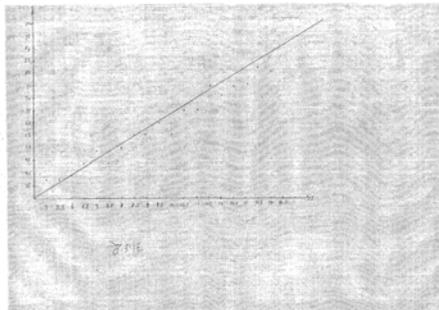
3-3) 散布図のデータに、これらの関係を表す直線を自由に記入させる。

3-4) その直線から、各班で、転がる距離yが60cmのときの高さx(cm)を求めさせる。

- 3-5) 回帰係数の推定値を計算させ、回帰直線を計算させる。
 3-6) 3-4の直線の式と3-5で求めた回帰直線の式を比べ、考察させる。
- 注:3-4の計算では、自分で引いた直線上の2点を取り出し、直線の式を求めさせた。

2.2.1 実習3の結果

- 2つの班での散布図と回帰直線を紹介する。



画像1 生徒が描いた散布図

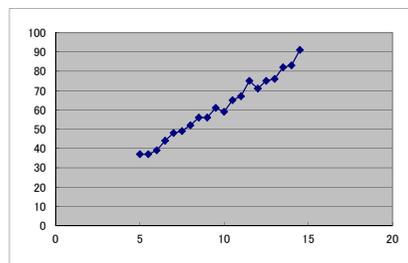
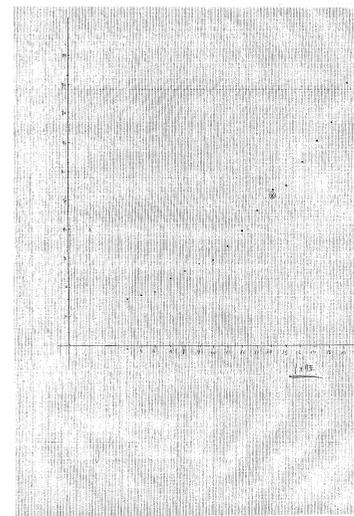


図1 エクセルによる散布図

ここで、点と点を線で結んでいるのは実験順序である。

-



画像2 生徒が描いた散布図

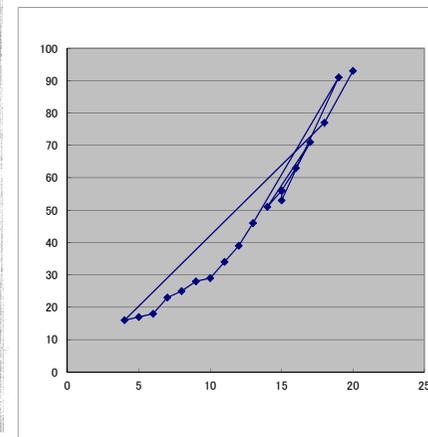
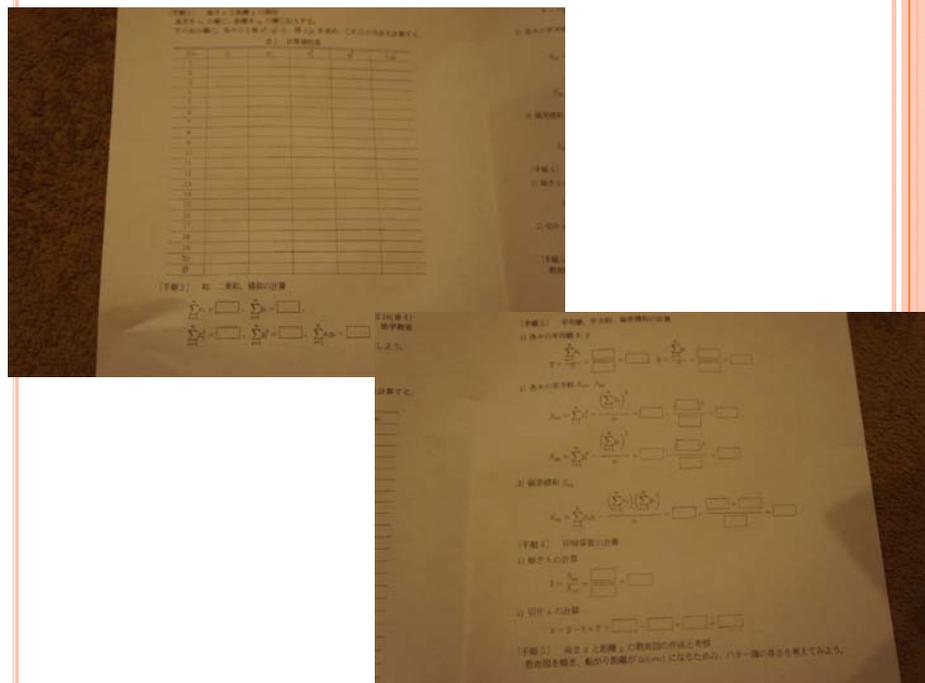


図2 エクセルによる散布図

ここで、点と点を線で結んでいるのは実験順序である。



2.3.1 実習3の考察

- 振り上げの高さ(x座標)と転がり距離(y座標)の関係をみる実習である。その際に、振り上げる高さに関しては、こちらからは一切指示をせずに行った。そうすると、
 - 高さの幅を大きくとる班 (10cm、20cm、30cm...)
 - 高さの幅を小さくとる班 (11.0cm、11.1cm、11.2cm...)
 - 1回高さを測り、考察をして、やり方を変えて2回目を測定する班
 - 順序良く高さを上げていくのではなく、ランダムに高さを調整する班 (17.5cm、8.5cm、4.4cm、16cm ...)
 - など、班独自の工夫がみられた。また、すべての各班で、非常に積極的な議論が交わされていた。
- 高さの測定範囲が15cm程度に広くとっている班はきれいな直線回帰の関係がみられた。

3) 高さの測定範囲が1cmや5cm程度の班は、データが一か所に集まった散布図となり直線を引くことが難しかった。いままで自分でグラフの目盛りを決めて描くことがなく、初めてであったためか、高さの測定は0.1cm単位で行っているにもかかわらず、x軸の1マスを1cmで描こうとしていた。これは、y軸を1マス1cmで描いたが故に、x軸も1マスを1cmとしなければならないという固定観念も一因であろう。生徒にとって、「指定された(固定された)グラフ上」に直線を描くという作業は行った経験はあっても、軸の目盛り設定を自分で行って直線を描く経験のなさが、このような行動に表れたと考えられる。

2.1.2 実習4(パターヘッドによる距離の違い)

4-1) 要因による“転がり距離”の違いを考え、予想させる。

- 今回の実習では、パター部分のヘッドが硬いものと柔らかいものを使用し、同じ高さからパッティングし、転がり距離を測定する。どちらの方が転がるかを予想させ、挙手で全員に答えさせる。選択肢は、「硬いヘッド」「柔らかいヘッド」「変わらない」の3種類。

4-2) 2種類のヘッドで、各10回ずつ測定する。

4-3) 平均値、平方和、分散、検定統計量の計算をさせる。

4-4) 検定という考え方を簡単に説明する。

○ 2.2.2 実習4の結果

○ ここでは、振り上げの高さを固定して、「ヘッドが硬い方が転がるか、軟かい方が転がるか？」を検討する。

○ 表2 実習4

班	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
硬いヘッド 転がり距離平均	71.6	57.5	58.7	60.1	72.2	54.5	76.2	66.3	31.8	63.8
柔らかいヘッド 転がり距離平均	60.2	54.5	56.0	74.4	59.8	49.1	65.2	61.9	31.6	55.8
硬いヘッドのCp	0.92	1.09	0.52	0.97	0.70	0.92	1.15	1.18	3.23	1.38
柔らかいヘッドのCp	2.53	1.81	0.86	0.69	1.05	1.02	1.34	2.19	3.45	1.00

(転がり距離平均 単位 cm)

○ 2.3.2 実習4の考察

1) 転がり距離の平均だけで判断すると、10班中9班が硬いヘッドの方が転がった。平均値の差の検定結果も、7つの班で有意差があった。

転がる距離の **平均**

硬いヘッドの勝ち！

2) 工程能力指数をみると、8つの班で 柔らかい方のCpが大きく、ばらつきが小さくなることを示唆する結果であった。

転がる距離の **散らばり**

柔らかいヘッドの勝ち！

3) これらの結果を踏まえて、生徒に考察させる予定であったが、時間が足りなくて、考察する時間がなかった。

3. 生徒の感想

・60cmに合わせるためにどうやってするのか、自分たちで実際にやってみるとぴったり合わせるのはとても困難でした。それを考えると、日本の工場で物作りをしている人は本当に精密に計算をし、考えて作っているのですごいと思った。

・計算の担当をしたけど、1つの数字が変わっただけで全部が変わってしまうから、集中してやった。コンピューターの便利さがわかった。

・同じ状態で実験をしたつもりでも結果にばらつきがある。

・頭の中でできそうな気がしても実際はうまくいかないことが多い。

・自分にもっと協調性がほしい。

4. 授業全体を通して

・教室で授業を受けている生徒の顔とは違う一面がみられた。単純に教科書のデータを計算するのではなく、自分たちで測定したデータを元に数値計算を行い、各班で工程能力指数を競う場面がみられたことは大変よかった。

・実習で工夫をする場面では、本当にさまざまな工夫がみられた。また、数学・理科の成績がよい成績をとっているものが必ずしも適切な意見をいうとは限らなかった。むしろ、学年で成績の上位者の生徒の班は、きっちり測定をしなければならないということに縛られ、失敗しながら測定の工夫をするということをせず、頭でだけ考えて回数をこなさず、測定に入り、実験結果は散々なものに終わっていた。失敗を恐れている姿は、いまの高校生によくみられる傾向である。そのような意味でも今回の実習から、失敗の大切さを生徒には実感させることができたと考えられる。

・今回は1組4,5人のグループ活動にした。そうしたことで、活発な実習ができた。また、グループの中で、リーダーシップをとる生徒、計算を主に行う生徒、パッティング機を動かす生徒など、自分たちで役割分担をして活動する光景は素晴らしかった。具体的な作業手順を指示しないことが、このような行動がうまれた背景にある。

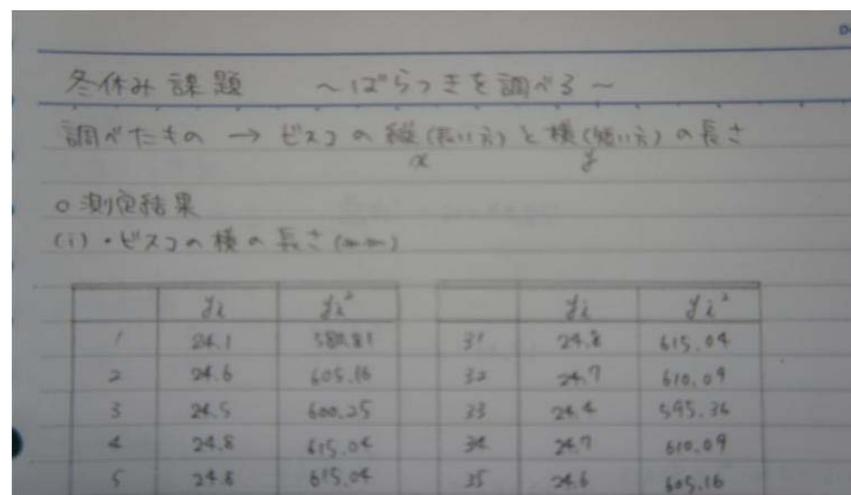
・全体の流れとしては、非常にスムーズであり、生徒は混乱することなく活動できていた。ただ、実習3における計算量が非常に多く、役割分担がうまくできていないグループはきちんとした計算ができていなかった。この部分は今後の課題である。しかしながら、実習3の苦労があっただけ、実習4の計算は非常に短時間で正確にこなしていた。このような実習は、一見大変な計算を強いるように感じられるだろうが、実習を通して行った計算量が副産物としての正確な計算力の向上をもたらしたと考えられる。

・今回の実習を通じて学んだことをきっかけに、世の中のデータには、すべて散らばりがあることを確かめるために、冬休みの課題として、「まわりにあるデータのばらつきを採せ！」という題目のレポート課題を出した。

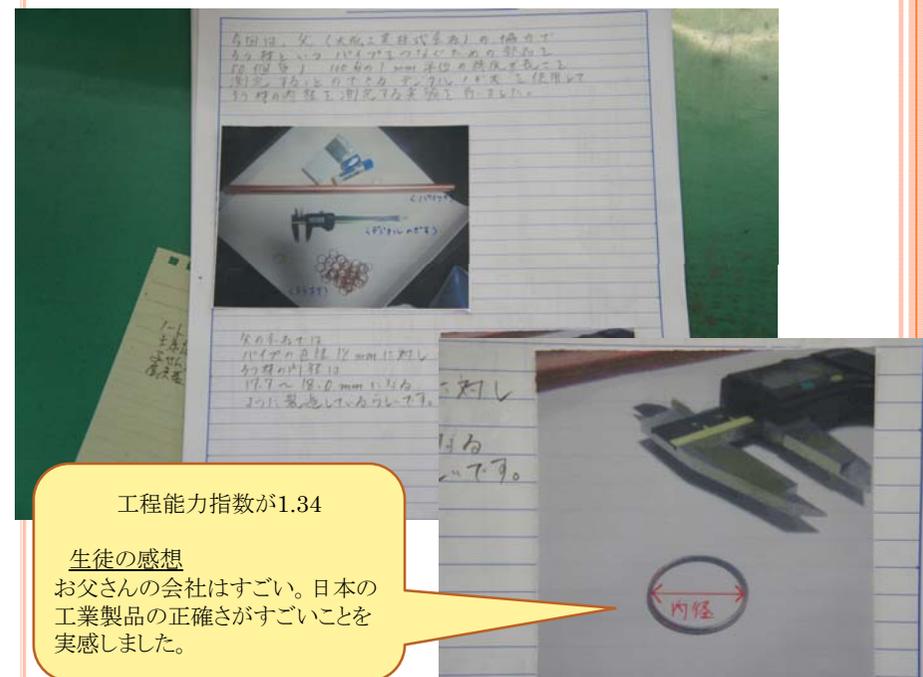
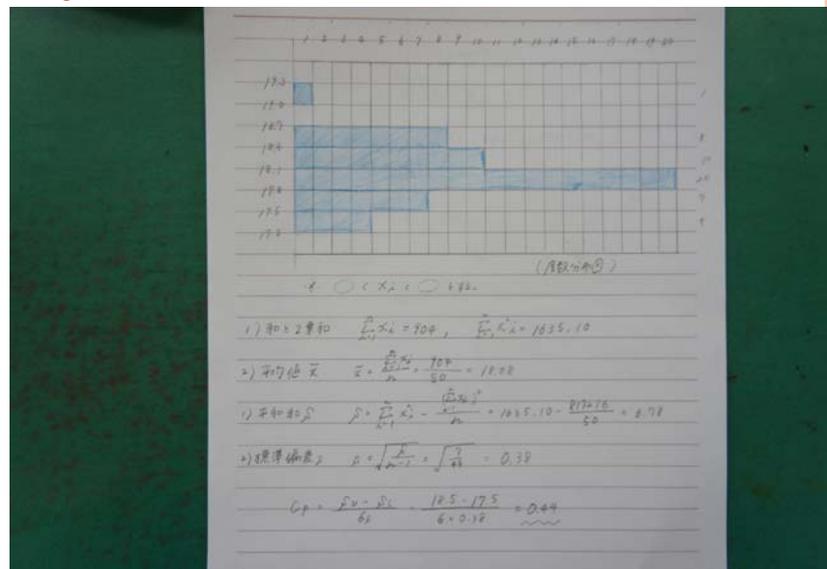
5. 授業後、冬休みの課題

「世の中の散らばりを見つけよう！」というタイトル

各自、自分でテーマを見つけ、データを50回測定。



学校の階段の1段の高さを測定



工程能力指数が1.34

冬休み課題タイトル一覧

- 不二家のホームパイ2枚1包(標準11.6g)
- 生卵の重さのばらつき
- 1箱に入っているリンゴの重さ
- 電車の到着時刻(秒)
- バスの到着予定時刻と到着時刻の誤差(秒)
- もちの重さ
- 市販のくぎの長さ(標準25.0mm)
- 学校の階段の高さのばらつき
- 1円硬貨の直径、厚さのばらつき、10円の重さ
- つまようじの長さ
- 年賀状の縦の長さ(標準14.80mm)
- 餃子の重さ
- ビスコの縦の長さ、横の長さ

6. 今後の展望

- 今回の実習では、パッティング機を予め組み立てた状態で測定を行った。組み立てず、ばらばらの状態からスタートし、自分たちで組み立てる作業を行えば、さらなる工夫がでてきたり、精度の高いパッティング機の作成についての考察や実習ができるのではないかと考えている。
- 物理の教科とコラボレーションして授業を行えば、さらに横断的な内容で、かつ、さらに深い工夫をこらしたデータの測定ができ、データの分析をすることで、その精度を上げられることができることを実感できるのではないかと考えている。
- 高校数学においては、大学入試を見越した授業計画を行うために、「データの分析」の分野に多くの授業時間を割くことは非常に難しい。しかしながら、今回50分×4コマの時間帯で、四分位数、箱ひげ図以外の内容はこなせたと考えている。無理矢理にでも、今回のデータから四分位数、箱ひげ図を描かせることも可能である。よって、今回のような実習を利用して「データの分析」の分野と「課題研究」を同時に、50分×5,6コマで実施することが可能であるのではないかと考えている。

- ご静聴ありがとうございました。

