

パスカルの 三角形の回帰分析

高知工業高等専門学校

高木和久



アクセス マップ





独立行政法人 国立高等専門学校機構
高知工業高等専門学校

National Institute of Technology, Kochi College

緊急情報連絡サイト

| サイトマップ | 交通アクセス | お問い合わせ | English |

学校案内

学科・専攻科

キャンパスライフ

入学案内

就職・進学

教育・研究施設

その他のご案内

独立行政法人国立高等専門学校機構 KOSEN Security Educational Community

サイバーセキュリティ人材育成事業

SEC
KOSEN Security Educational Community

セキュリティニーズに応える人材づくりを推進します

Miraibito

KOSEN National Institute of Technology
KOCHI College

受験生の方へ

保護者の方へ

卒業生の方へ

企業の方へ

地域の方へ

教育機関の方へ

ビジネスの現場で活躍中の**4**人の「副業先生」が
11月から高知工業高等専門学校で授業を開始 10.29



KOSEN
国立高等専門学校機構
National Institute of Technology, Japan

×

BIZREACH

ビジネスの第一線から地方教育を変える
首都圏で活躍中の民間IT人材募集

セキュリティ領域

第1弾、高知高専の「副業先生」を公募

自己紹介：高木和久

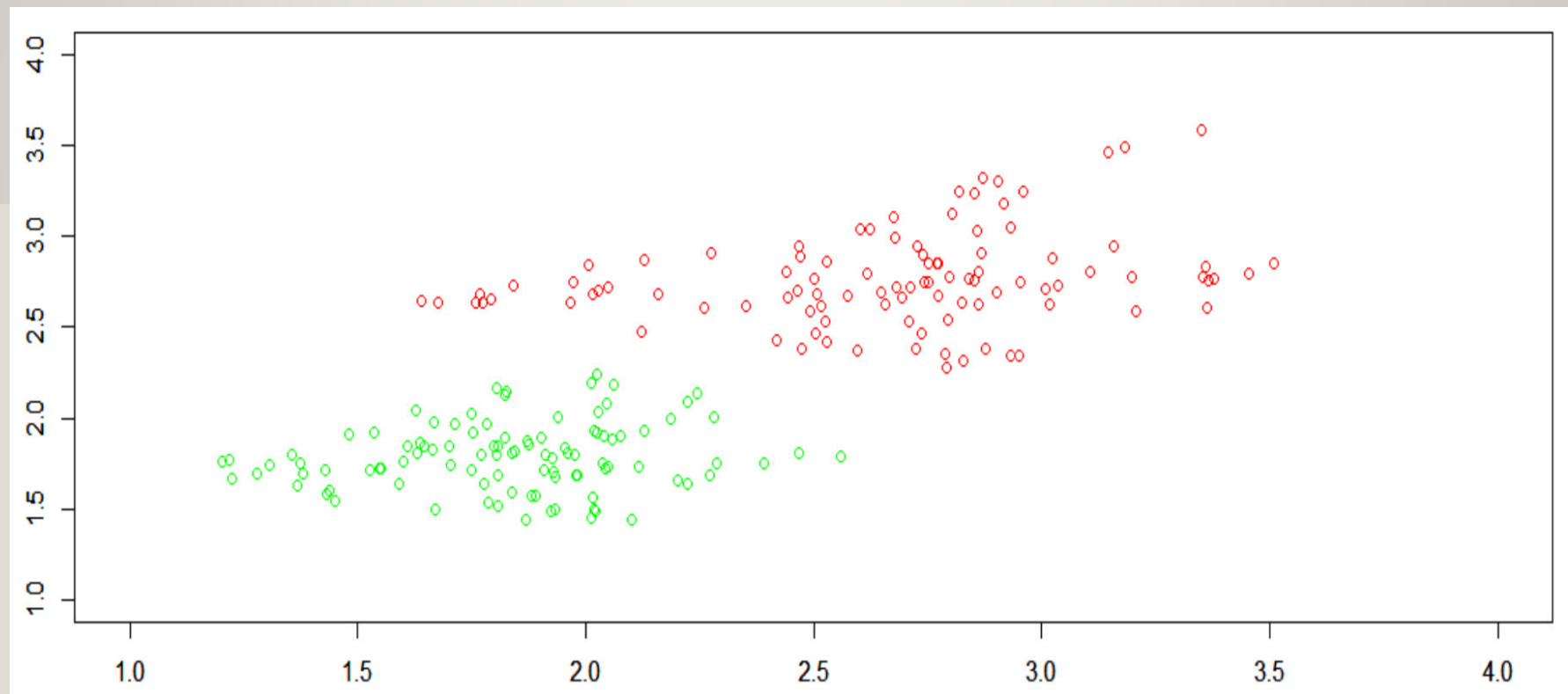
- **2021**年度は情報セキュリティコース**3**年生の学級担任
- 担当科目はデータサイエンスと数学
- 2年生（高校2年相当） 線形代数
- 3年生（高校3年相当） 確率統計（回帰分析など）
- 専攻科1年（大学3年相当） 多変量解析
- 来年度は4年生（大学1年相当）の授業も担当

学生にデータ分析をさせたい

- データサイエンスを学校で教えるに当たって、どのようなデータをどのようにして得るか、が重要である。
- 専門学科の先生にお願いして、この先生が大学院生の時代にとった脳波のデータを利用して貰った。

脳波の測定データ

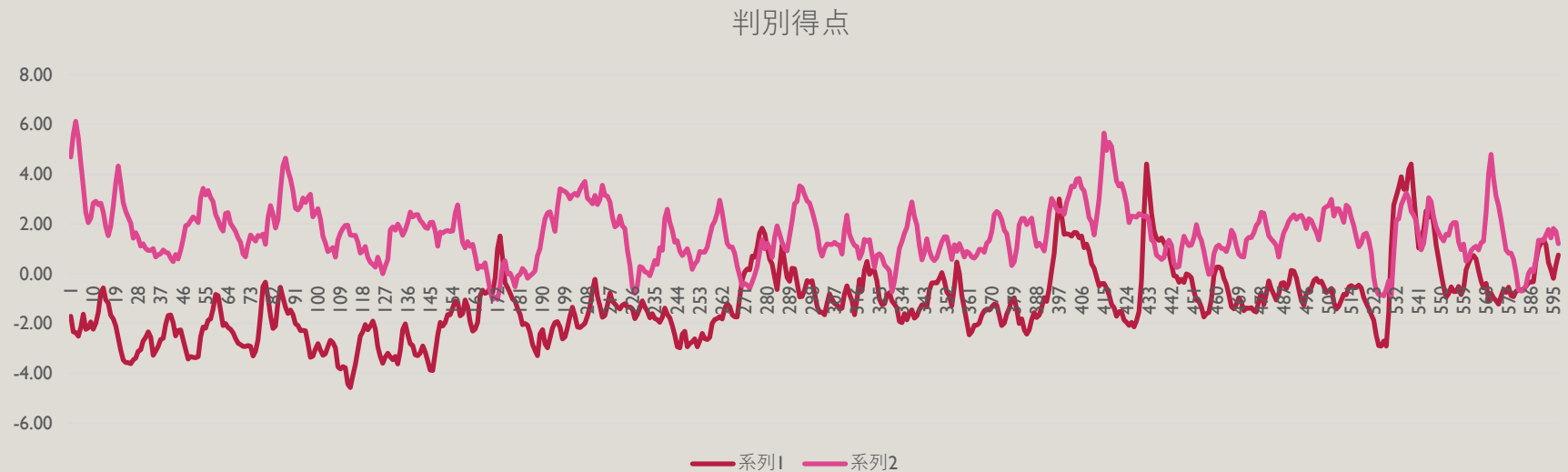
計測点 (F3)	閉眼時					開眼時		
時間 (sec)	α (5~15Hz)	β 1(15~30Hz)	β 2(30~50Hz)		時間 (sec)	α (5~15Hz)	β 1(15~30Hz)	β 2(30~50Hz)
5	0.496781	2.554808	2.383016		5	0.682033	3.553319	4.008758
5.1	0.519446	2.567576	2.249878		5.1	0.73212	3.913586	4.220283
5.2	0.495578	2.539419	2.219187		5.2	0.702783	4.053699	4.289278
5.3	0.485693	2.394448	2.202384		5.3	0.676166	3.821829	4.13599
5.4	0.448955	2.291831	2.26917		5.4	0.655508	3.613928	3.899324
5.5	0.429629	2.211713	2.395443		5.5	0.641728	3.498854	3.66936
5.6	0.430405	2.040263	2.279322		5.6	0.64123	3.594225	3.389546
5.7	0.425335	2.126318	2.269769		5.7	0.58934	3.794684	3.179506
5.8	0.441891	2.313318	2.310961		5.8	0.546736	3.907696	3.149505
5.9	0.441437	2.367431	2.224284		5.9	0.489138	3.853836	3.243329
6	0.441089	2.315587	2.295761		6	0.513976	3.867239	3.288894



判別関数

$$0.849(\beta_1 - \alpha - 2.249) + 3.962(\beta_2 - \alpha - 2.276) = 0$$

で判別(先頭の100データを元に全体を判別したもの)



反省点

- 学生にデータを渡して加工させることは難易度が高く、授業では実現できなかった。
- もっと簡単に入手できるデータで、しかも前処理を必要としないものが必要である。

パスカルの三角形

$$\begin{array}{ccccccc}
& & & & & & 1 \leftarrow \\
& & & & & \underline{1} & \underline{1} \leftarrow \\
& & & 1 & 2 & 1 \leftarrow & \\
& & 1 & 3 & 3 & 1 \leftarrow & \\
& 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \leftarrow & \\
& 1 & \underline{5} & \underline{10} & 10 & 5 & 1 \leftarrow \\
& 1 & \underline{6} & \underline{15} & 20 & 15 & 6 & 1 \leftarrow \\
& 1 & \underline{7} & \underline{21} & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \leftarrow \\
1 & \underline{8} & \underline{28} & 56 & 70 & 56 & 28 & 8 & 1 \leftarrow
\end{array}$$

a_n の一般項は n である。
 b_n の一般項は？

			1		a_n				
			1		1		b_n		
		1		2		1			
	1		3		3		1		
	1	4		6		4		1	
	1	5	10		10	5		1	
	1	6	15	20	15	6		1	
	1	7	21	35	35	21	7		1
1	8	28	56	70	56	28	8		1

- $n = 1, 2, 3, 4$ のデータを用いて、 a_n を説明変数 x 、 b_n を目的変数 y として回帰分析を行った。
- 得られた回帰直線の方程式は
- $y = 3.5x - 3.5$ であった（失敗）。

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & 1 & a_n & & & & & \\
 & & & & & & 1 & 1 & b_n & & \\
 & & & & & & & 1 & 2 & 1 & \\
 & & & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & & & 1 & 8 & 28 & 56 & 70 & 56 & 28 & 8 & 1
 \end{array}$$

- $n = 1, 2, 3, 4$ のデータを用いて、 a_n を説明変数 x 、 $\frac{b_n}{a_n}$ を目的変数 y として回帰分析を行った。
- y の x への回帰直線の方程式は
- $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & 1 & a_n & & & & & \\
 & & & & & & 1 & 1 & b_n & & \\
 & & & & & & & 1 & 2 & 1 & \\
 & & & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & & & 1 & 8 & 28 & 56 & 70 & 56 & 28 & 8 & 1
 \end{array}$$

回帰分析を用いて b_n の一般項を求めることができた

- a_n を説明変数 x 、 $\frac{b_n}{a_n}$ を目的変数 y として回帰分析
- $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$
- $\therefore \frac{b_n}{a_n} = \frac{a_n+1}{2}$
- $b_n = \frac{a_n(a_n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

				1	a_n			
				1	1	b_n		
			1	2	1			
		1	3	3	1			
	1	4	6	4	1			
	1	5	10	10	5	1		
	1	6	15	20	15	6	1	
	1	7	21	35	35	21	7	1
1	8	28	56	70	56	28	8	1

c_n の第 n 項は $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

			1	1				
		1	2	1	c_n			
	1	3	3	1				
	1	4	6	4	1			
	1	5	10	10	5	1		
	1	6	15	20	15	6	1	
	1	7	21	35	35	21	7	1
1	8	28	56	70	56	28	8	1

d_n の第 n 項は $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{24}$

				1	1				
				1	2	1			
			1	3	3	1	d_n		
		1	4	6	4	1			
	1	5	10	10	5	1			
	1	6	15	20	15	6	1		
	1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1	

パスカルの三角形の回帰分析



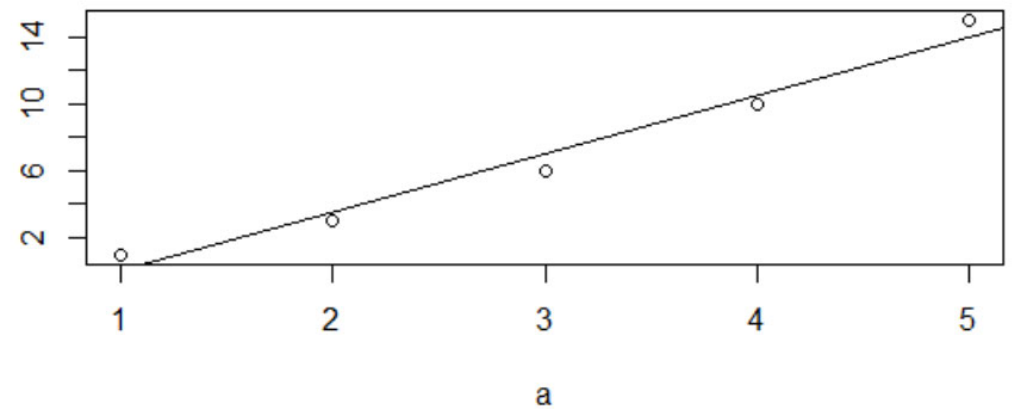
←

分析 1 (単回帰) ←	データ数 6 ←
目的変数 $y = b_n$ ←	説明変数 $x = a_n$ ←
回帰式 $y = 3.5x - 3.5$ ←	決定係数 $R^2 = 0.9722$ ←

←



b



パスカルの三角形を重回帰分析

分析 2 (重回帰) ↵	データ数 6↵
$y = b_n$ ↵	$x_1 = n, x_2 = n^2$ ↵
$y = 0.5x_1 + 0.5x_2$ ↵	決定係数 $R^2 = 1$ ↵

↵

```
> x1<-a
> x2<-c(1,4,9,16,25)
> result<-lm(b~x1+x2)
> summary(result)
```

Call:
lm(formula = b ~ x1 + x2)

Residuals:
1 2 3 4 5
0 0 0 0 0

Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -9.93e-16 0.00e+00 -Inf <2e-16 ***
x1 5.00e-01 0.00e+00 Inf <2e-16 ***
x2 5.00e-01 0.00e+00 Inf <2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

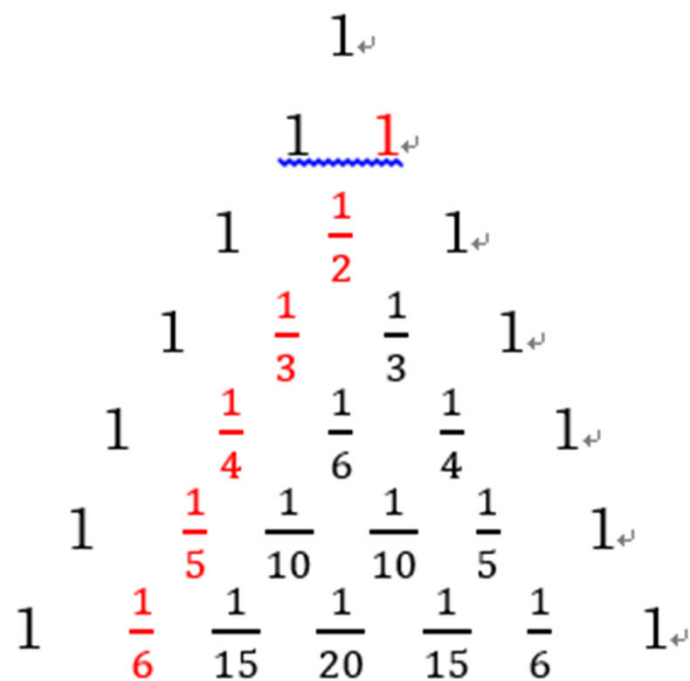
Residual standard error: 0 on 2 degrees of freedom
Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1
F-statistic: Inf on 2 and 2 DF, p-value: < 2.2e-16

警告メッセージ:
summary.lm(result) で: essentially perfect fit: summary may be unreliable

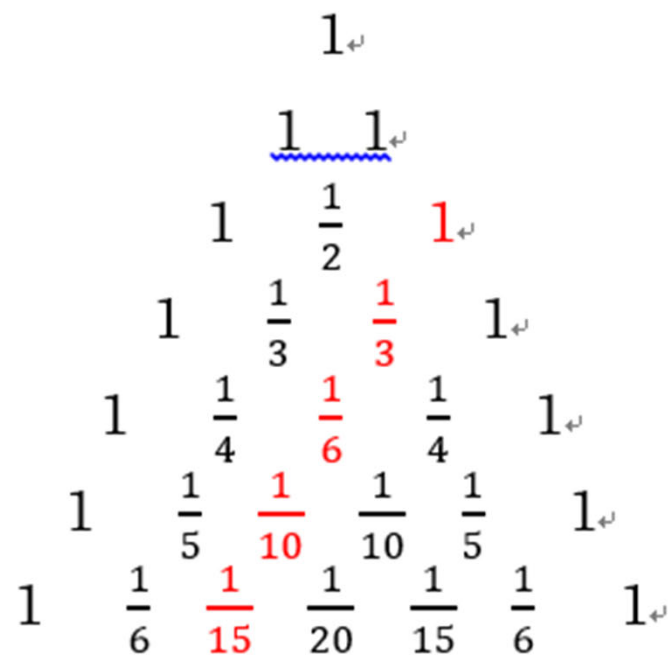
逆数の作る三角形

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & & & & & & 1 \leftarrow \\ & & & & & & & & & & \underline{1} \quad \underline{1 \leftarrow} \\ & & & & & & & & & & 1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \leftarrow \\ & & & & & & & & & & 1 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad 1 \leftarrow \\ & & & & & & & & & & 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{4} \quad 1 \leftarrow \\ & & & & & & & & & & 1 \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{1}{5} \quad 1 \leftarrow \\ & & & & & & & & & & 1 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{15} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{15} \quad \frac{1}{6} \quad 1 \leftarrow \end{array}$$

$$p_n = \frac{1}{a_n}$$



$$q_n = \frac{1}{b_n}$$



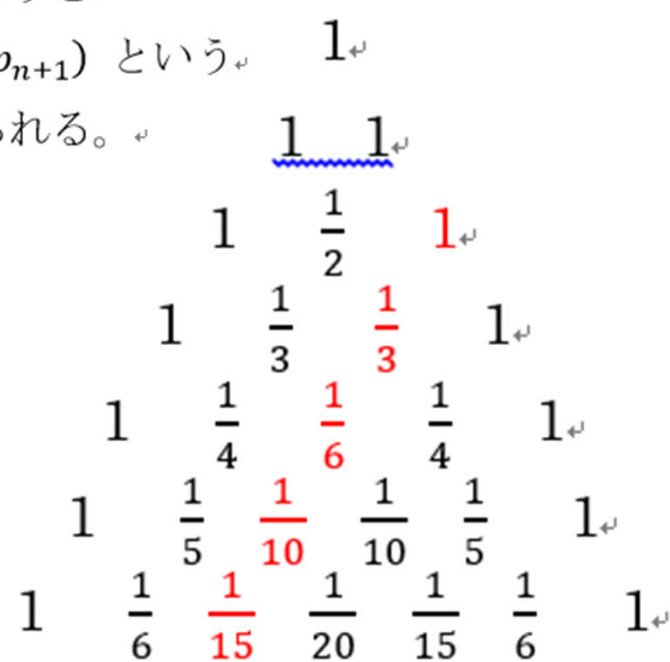
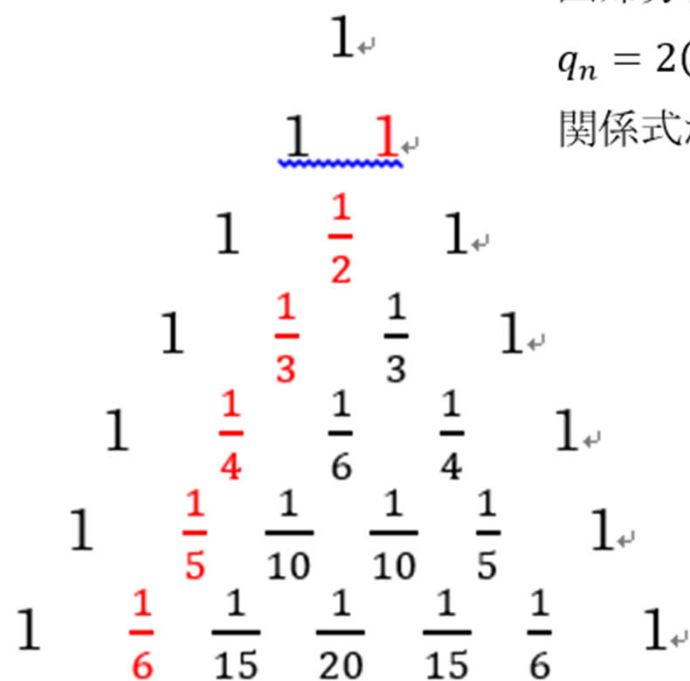
$$p_n = \frac{1}{a_n}$$

$$q_n = \frac{1}{b_n}$$

回帰分析を行うと

$q_n = 2(p_n - p_{n+1})$ という

関係式が得られる。



回帰分析を行うと $q_n = 2(p_n - p_{n+1})$ という関係式が得られる。

$q_n = \frac{2}{n(n+1)}$ $p_n = \frac{1}{n}$, $p_{n+1} = \frac{1}{n+1}$ であるから、この式は、

$$\frac{2}{n(n+1)} = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

を表す。つまり回帰分析を用いて部分分数分解、

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

を行うことができる。

回帰分析を用いた部分分数分解

- 静岡理工科大学の1997年の入試問題
- 問 $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3}$
- が x についての恒等式であるとき定数 a, b, c の値を求めよ。

回帰分析を用いた部分分数分解

- 問 $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x+3}$
- `x<-1:5`
- `p<-1/(x+1)`
- `q<-1/(x+2)`
- `r<-1/(x+3)`
- `s<-p*q*r`
- `summary(lm(s~p+q+r))`

回帰分析を用いた部分分数分解

- Rの出した予測式は $s = 0.5p - q + 0.5r$

- $$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3} \right)$$

- のように部分分数に分解される

- よって $a = \frac{1}{2}, b = -1, c = \frac{1}{2}$

Coefficients:

	Estimate
(Intercept)	-4.965e-17
p	5.000e-01
q	-1.000e+00
r	5.000e-01

来年度に向けて

- 担当科目はデータサイエンスと数学
- 2年生（高校2年相当） 線形代数
- 3年生（高校3年相当） 確率統計（回帰分析など）
- 専攻科1年（大学3年相当） 多変量解析
- 4年生（大学1年相当）の授業も担当

来年度取り組みたいこと

- アソシエーション分析を授業に取り入れる
- データサイエンスについてもっと勉強する
- ご清聴ありがとうございました