

科学哲学という統計学への第3の入り口： 1は数学、2は実データ



島谷健一郎（統計数理研究所）

非常勤：名古屋市大(2回生)、東京農工大(1回生)
名古屋大(院)、京都大(院)、2019年度まで)

1. 科学哲学という統計学の入り口
 2. 実データから入る統計学
 3. 数学から入る統計学
 4. 統計学の数学をパソコンで学ぶ入り口
 5. 統計学への入り口を増やす
- 5+. 統計教育の前に...



「科学教育の一環としての統計学認識論に関する教育カリキュラム構築」基盤B、代表：松王政浩（北海道大理）、2016-19）

「統計学的観点を加味した科学哲学による「科学的推論」教育プログラムの構築」基盤B、代表：松王政浩（北海道大理）、2020-2023）

情報の送受信に便利なインターネットを、 研究会で提案や意見交換にも使う？

ネット越しで主張し提案できる人もいるのだろう。私は下手くそ...

ネット越しで人の意見を拝聴できる人もいるのだろう。私はできていない...

ネット越しで意見交換できる人もいるのだろう。私はうまくできない...

1. 科学哲学という統計学の入り口
2. 実データから入る統計学
3. 数学から入る統計学
4. 統計学の数学をパソコンで学ぶ入り口
5. 統計学への入り口を増やす

5+. 統計教育の前に...



「科学教育の一環としての統計学認識論に関する教育カリキュラム構築」基盤B、代表：松王政浩（北海道大理）、2016-19）

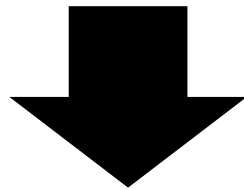
「統計学的観点を加味した科学哲学による「科学的推論」教育プログラムの構築」基盤B、代表：松王政浩（北海道大理）、2020-2023）

1. 科学哲学という統計の入り口

2018年度統数研公開講座「科学哲学の視点からの統計学再入門」(森元良太講師)のスライド資料を改変

データを統計解析にかけるとき

データ



統計解析

結論・主張

違和感や後ろめたさ...

違和感やうしろめたさの原因

大きくは2つに分けられます

**1. 統計を使うときの思考の
枠組み：集团的思考**

2. 帰納推論と演繹推論

1. 集団的思考: 統計を使うときの思考の枠組み

アリストテレス『自然学』

「或るものどもは自然的(natural)に動かされて動き、他のものどもは自然に反して(unnatural)動かされて動く。自然に反してというのは、たとえば土的なものが上方に動き、火が下方に動くような場合である」(254b, 出・岩崎訳)

アリストテレス『動物誌』

「あらゆる動物はみな同じように、はじめは頭を上に行っているが、生長して外へ出る直前になると、下の方へ廻るのであって、自然な(natural)出生でどの動物もみな頭から先に出てくるが、不自然な(abnormal)場合は体を折り曲げて足から先に出る。」
(586b, 岩崎訳)

1. 科学哲学という統計の入り口

正常(自然)/異常(不自然)の区別

正常・自然 どんなものにもそれ本来の存在の仕方や場所
(本質)がある

異常・不自然 本来的な姿からずれたら、異常あるいは不自然な状態

アリストテレス的な区別に違和感がない？

ダーウィン『種の起源』 生物は自然選択によって進化する

形質に**変異** (variation)がある

形質の変異は適応度の違いに繋がる

子は親に似る傾向 (遺伝可能)

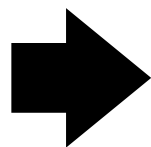
自然選択が働く
ための条件

ダーウィンの変異モデル

ある世代の
生物集団

生存・繁殖に有利

生存・繁殖に不利



自然選択

次世代の
生物集団

多数派

少数派

正常・異常とは、ある時点における多数派・少数派にすぎない。

多数派・少数派は時間とともに変化する。

正常・異常の言葉は進化生物学に登場し
ないだけでなく、それらの区別もできない

ではダーウィン以降、正常・異常の区別はどうなったのか？

ダーウィンの偉大な功績

「ダーウィンが生物学へ果たした偉大な功績を簡潔に述べるとき、どの分野の批評家たちもきまって、ダーウィンの革新を『集団的思考』というひと言でまとめる。」

A. Ariew, Population Thinking. *Oxford Handbook of Philosophy of Biology*. 2008, p.64

集団的思考 Population Thinking

生物学者E. Mayrがダーウィンの偉業を讃えたときの言葉。

集団現象を捉えるとき、集団を構成する個々の対象の振舞いを積み上げていくのではなく、**集団自体**を**基礎的**なものとする思考の枠組み。

1. 科学哲学という統計の入り口

A. Quetelet (1796-1874)

社会学に誤差論という統計的手法を導入した。
「平均人(average man)」という概念を考案。

誤差論

ガウスやラプラスが基礎を築いた。

測定値から誤差を取り除いて真値を求める理論。

誤差論の前提

真値 + 誤差 = 測定値

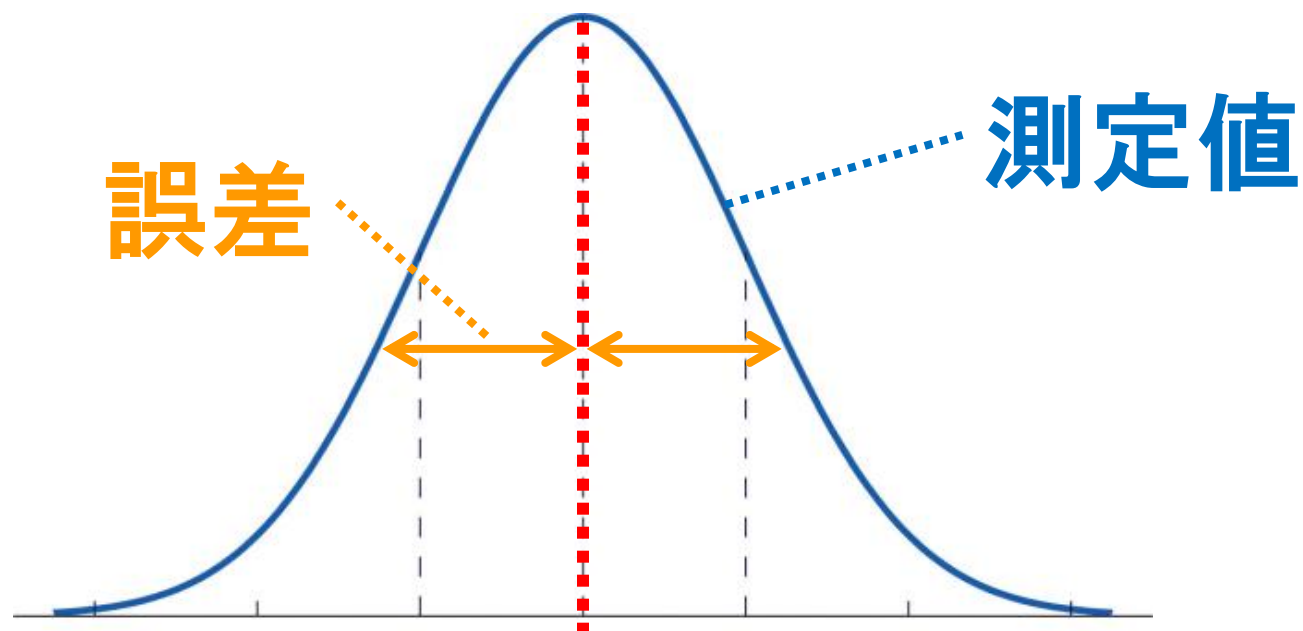
真の値はただ一つ存在する。

だが、測定には必ず誤差が伴うので測定結果はばらついてしまう。

ケトレーは分布を扱ったが、個体間の違いを重要視しないで、あくまで平均に注目した。

ケトレーの業績

社会学に誤差論を導入した。



真値 = 平均人

「平均人」という概念を考案

集団的思考の精緻化 F. Galton

ダーウィンの従弟。

ダーウィンの進化論に感銘を受け、進化論を数学化する先駆的研究をおこなった。

ゴールトン: 個体間の違いに注目した
分布の考えを大きく変えた

ゴールトン『回顧録』

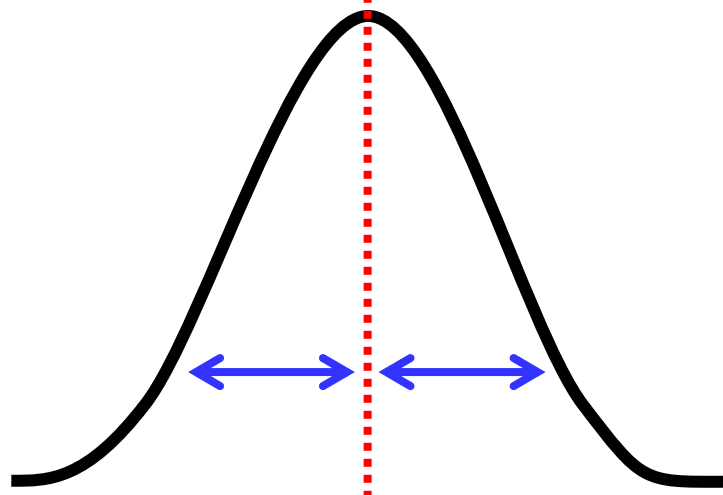
「ガウスの誤差法則の主要な目的は、私が利用したものとある意味正反対である。本来の目的は誤差を取り除いたり斟酌したりすることであつた。

しかし、こうした誤差ないし分布はまさに私が失われまいよう残して知りたかったものである。」(1908, p.305)

分布の考えを変えた

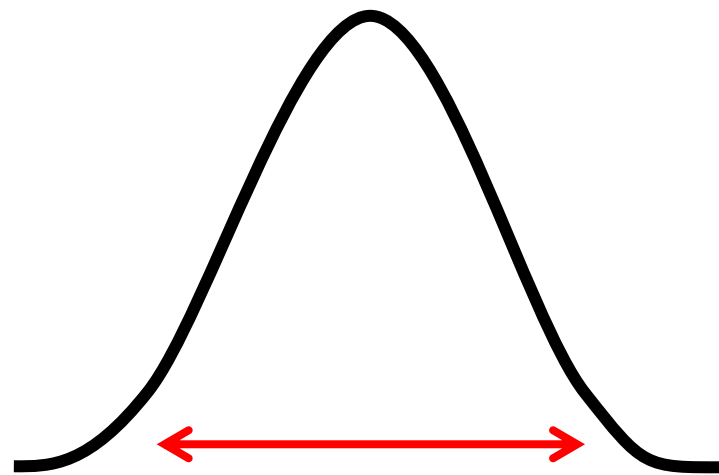
変異(分布)は単なる測定誤差ではなく、
それ自体に法則が働くような集団の性質。

平均 = 实在



変異 = 誤差, 非实在

平均 = 代表値の一つ



変異 = 实在

ゴールトン『自然の遺伝』

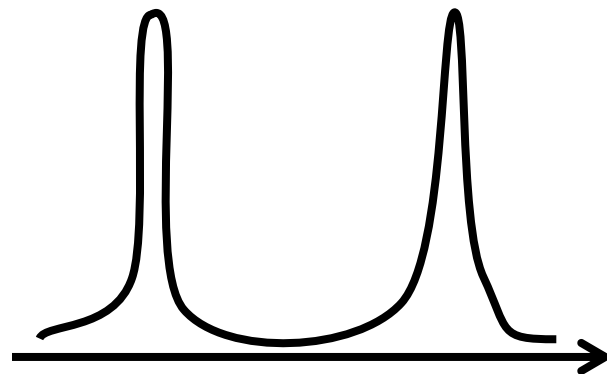
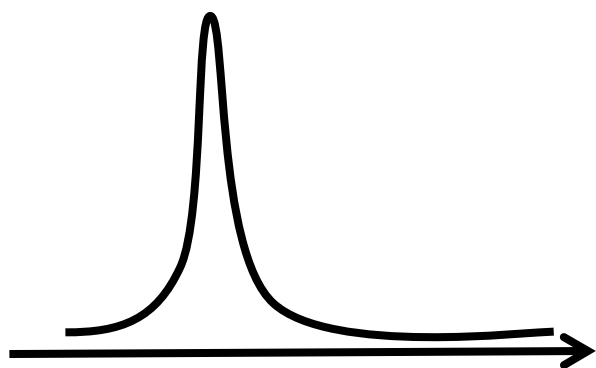
「統計学の魅力——統計学者が一般的に調査を平均に制限し、より包括的な視点で興じないのは理解に苦しむ。(中略)平均は単なる一つの事実にすぎない。それに対し、もう一つ別の事実[偏差(分散)]を平均に加えると、観察結果にほぼ一致する、正規(正常)曲線の枠組み全体が潜在的に存在しはじめる。」(1888, p.62)

ゴールトンの思考法は現代進化論や現代統計学に受け継がれる

R. Fisher (1890-1962)

集団的思考 Population Thinking

変異があることこそ正常
違いがないのは異常



集団的思考へ枠組みを転回させよう

違和感やうしろめたさの原因

大きくは2つに分けられます

1. 統計を使うときの思考の
枠組み：集团的思考

2. 帰納推論と演繹推論

何かを主張するとき

前提（データや証拠）

⋮

推論

結論（考え、主張）

演繹(えんえき)

前提が正しければ、
結論は必ず正しくなる推論。
ルールがわかってる。

AならばB

Aである

Bである

AならばB

Bでない

Aでない

科学でいつも演繹推論が使われているわけではない。むしろ帰納推論がよく使われる

帰納推論の例

一昨日昼の学食は混んでいた

昨日の昼の学食も混んでいた

⋮

今日の昼も混むだろう

過去のデータから予測

帰納推論

観察データから予測や一般化をする。
科学ではよく使われる。

哲学では問題が山積み

- ▼ Humeの問題
- ▼ カラスのパラドックス
- ▼ グルーのパラドックス

帰納の前提（未来は過去に似ている。）

今日、朝太陽が昇った。

昨日、朝太陽が昇った。

⋮

明日も朝太陽が昇るだろう。

自然の一樣性原理

自然は時間や場所について一樣である。

この前提がないと帰納は正しくない

Humeの問題

あらゆる帰納は「自然が一様だ」ということが前提とされている。

帰納を正当化するにはこの前提を正当化する必要がある。

正当化するには演繹か帰納を使うしかないが、どちらもうまくいかないことが示された。だから、

帰納は原理的に正当化できない

カラスのパラドックス

仮説「すべてのカラスが黒い」の対偶は「ある黒くないものはカラスでない」。
対偶は論理的に同じことを意味するから、「白い靴(黒くないもの)がカラスでない」ことが観察されると、このデータは仮説に無関係であるにもかかわらず、黒カラス仮説を支持することになってしまう。

無関係なデータも仮説を支える

グルーのパラドックス

「目の前のエメラルドが緑色」というデータは「すべてのエメラルドは緑色」という仮説を支持する。
ここでグルー(grue)を「2100年までは緑色で、
2100年以降は青色」と定義しよう。
そうすると、「目の前のエメラルドが緑色」という同じデータは「すべてのエメラルドはグルー」という仮説を支持する。

同じデータが異なる仮説を支持する

帰納は、前提が正しくても、結論が正しくなるわけではない

推論のルールも明らかなわけではない

そこで、前提と結論のギャップをゴマカス
(?!)ために統計学が使われる

- ・何かを犠牲にせざるを得ない
- ・唯一正しい統計解析法があるわけではない
- ・統計学に万能薬はない

科学でアヤシイ論理を使っているの？

**科学でアヤシイ論理を使うなんて絶対
アカン！**

科学哲学者 Karl Popper

いい推論は演繹だけ！

じゃあ演繹をどう使うのか？

実際の科学ではこんな風に推論せよ

仮説が正しければ、ある結果が予測される。
だが実際、その予測結果ではなかった。

だから、その仮説は正しくない。

反証の論理

反証の論理は**演繹**
なので、ポパーは
これを強調。

AならばB。

Bでない。

Aでない。

実験で仮説の正しさを示す

仮説が正しければ、ある結果が予測される。
実験してみるとその予測結果は**正しかった**。

だから、その仮説は**正しい**。???

検証は演繹ではない

✗
$$\frac{\begin{array}{l} A \text{ ならば } B。 \\ B \text{ である。} \end{array}}{A \text{ である。}}$$
 ←ここが違う

反証と検証は全然違う

○ 反証：実験で仮説の誤りを示す

× 検証：実験で仮説の正しさを示す

反証はよいが、検証はダメ

実験や観察で正しい仮説や理論
は得られない

Popperの科学観

帰納は科学の方法ではない

Humeの問題を受けいれ、帰納は正当化できないと考える。

科学は反証可能なもの

反証は演繹だが、検証は演繹でない。
科学とは、反証可能な仮説や理論の
なかでこれまで反証されてないものを
一時的に受け入れる営み。

冷静に考えると、正しい物理法則って手に入っている？

**仮説が正しいことを示すのは
ほぼ不可能...**

現在、Popperの考えをそのまま受けいれている科学哲学者はほとんどいない

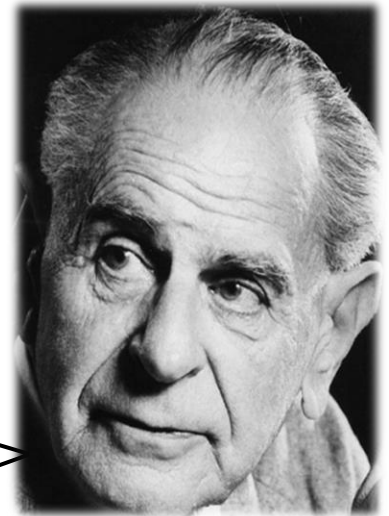
1. 科学哲学という統計の入り口



R. Carnap

観察で検証可能

反証可能性



K. Popper



T. Kuhn

パラダイム

研究プログラム



I. Lakatos

Q. 科学で帰納推論のようなアヤシイ論理を使ってもいいの？

A. Popperはダメと主張。彼ほど厳格でなくてもよいが、帰納は慎重に使うべき。

帰納にもよい点がある

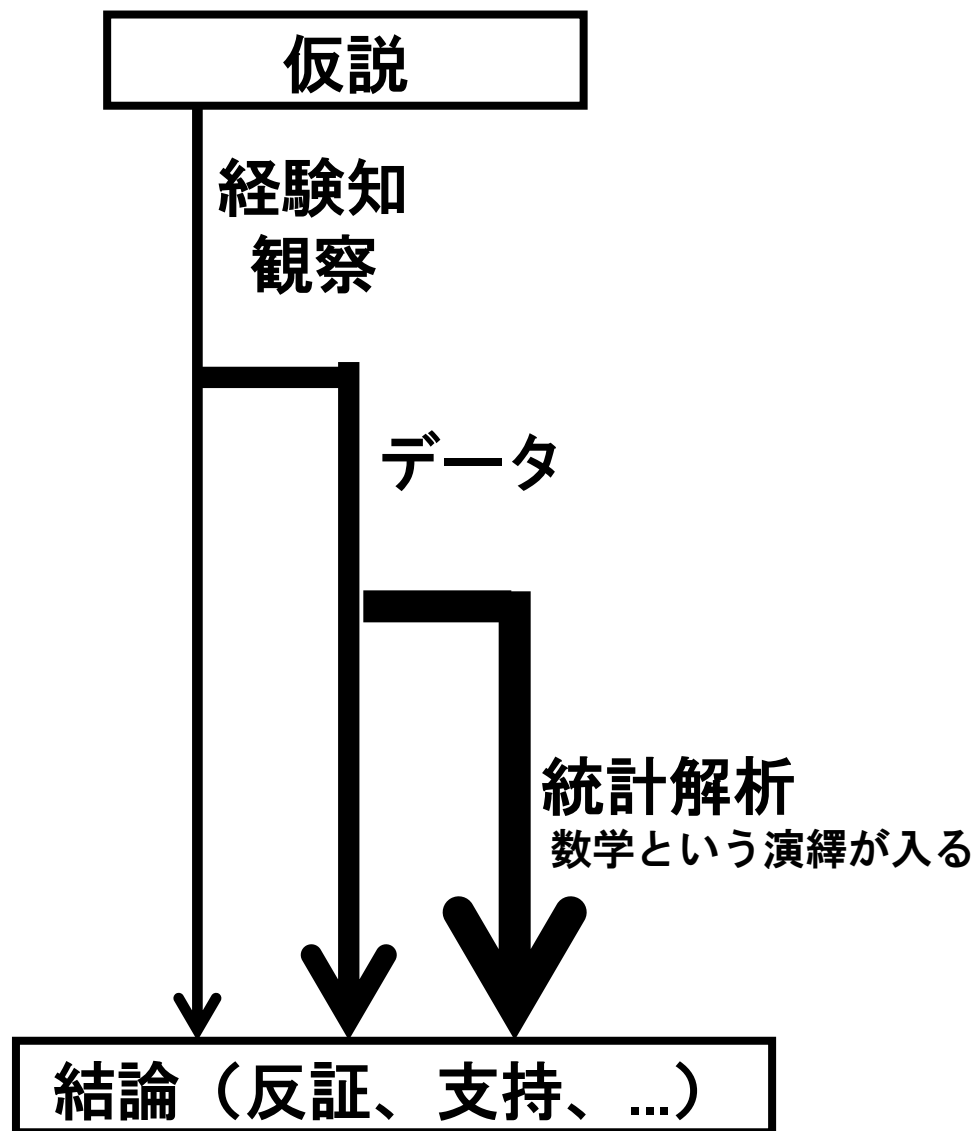
演繹の真理保存性

演繹は前提が正しければ結論が必ず正しくなる。
結論の正しさはすべて前提の正しさで決まる。
結論には前提以上の内容は含まれておらず、新しい情報が得られない。

帰納の利点

帰納では演繹と異なり、結論に前提以上の内容が含まれる。
結論では前提にないことが言える。
それはゴマカシているからではある。
ゴマカシだから即ダメというわけではなく、うまくゴマカシて、
豊富な内容を引き出すことができる。

1. 科学哲学という統計の入り口



これは島谷オリジナル図

線が太いほど正当性が高い

バイアスのかかったデータは
逆に正当性を落とす

統計を使ったからと言って正
当性が高まるとは限らない
(実際、今まで使われたP値
統計の多くは帰納推論の正
当性を落としている...?)

たかが統計、されど統計
詠み人知らず

1. 科学哲学という統計の入り口

2018年度統数研公開講座「科学哲学の視点からの統計学再入門」(森元良太講師)
2020年度医療健康データ科学研究センター公開講座「統計を使うと何が言えるのかー科学哲学からの統計学再入門」

名古屋市大(2回生)、東京農工大(1回生)、名古屋大(院)、京都大(院、2019年度まで)

午前

統計学は前提と結論のギャップ(帰納推論)をゴマカス(!?)ために使われる。

現代統計学は誤差論ではない。入門にも適
集団自体を基礎的なものとする。

午後

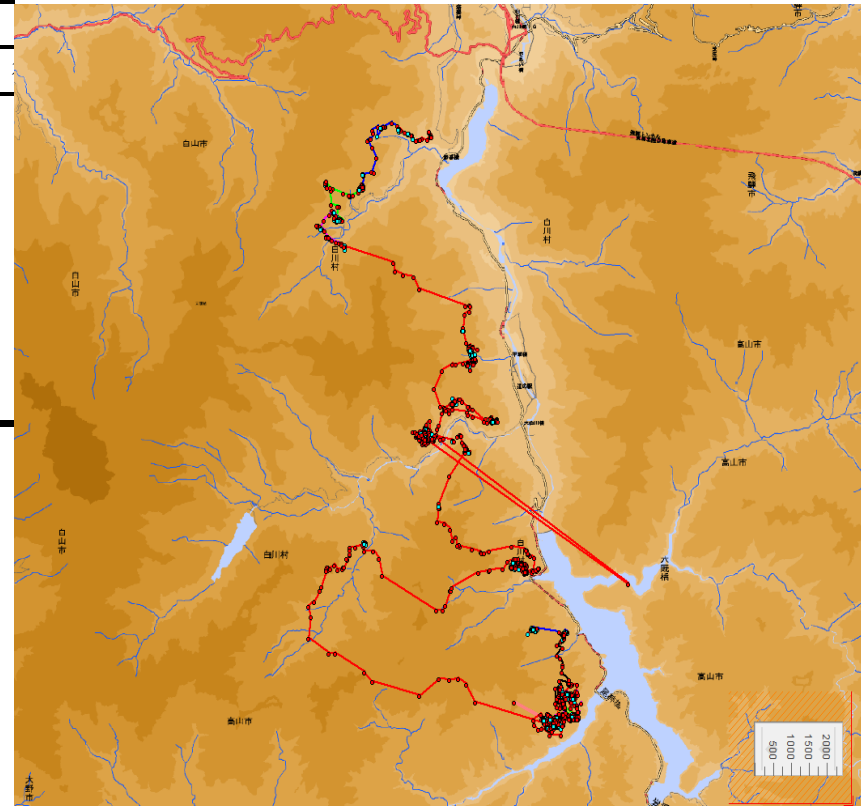
- ・頻度主義、有意性検定、P値統計、フィッシャーの科学哲学、...
- ・ベイズ主義
- ・尤度主義、AICには言及せず

再入門に適

2. 実データから入る統計学

列A	列B	列C	列D	列E
通し 番号	元データ			
	日付	時刻	緯度	経度
1	2009/10/28	9:00:28	36.2364061	136.8750194
2	2009/10/28	9:15:48	36.2363739	136.8749242
3	2009/10/28	9:30:36	36.2363539	136.8748511
4	2009/10/28	9:45:35	36.2363522	136.8748656
5	2009/10/28	10:00:42	36.2363881	136.8748861
6	2009/10/28	10:15:36	36.2364292	136.8748678
7	2009/10/28	10:30:48	36.236475	136.8748156
8	2009/10/28	10:46:40		
9	2009/10/28	11:01:19		
10	2009/10/28	11:16:39		
11	2009/10/28	11:31:39		
12	2009/10/28	11:46:39		
13	2009/10/28	12:02:24	36.2357122	136.8755214
14	2009/10/28	12:16:19	36.2352608	136.8756725
15	2009/10/28	12:30:44	36.2354081	136.8755878

ツキノワグマのGPS軌跡データ



いつどこでどういう行動をする**傾向**があるか

隠れマルコフモデル

1. 行動を、採餌、休息、移動に分類。
2. 行動軌跡全体を分類、環境との関係
3. 相互への推移確率、環境との関係

2. 実データから入る統計学

統計手法(モデル)の計算ソフトの使い方

```
graph TD; A[統計手法(モデル)の計算ソフトの使い方] --> B[数値結果を出す]; B --> C[数学的根拠やモデルの中の仮定を学習]; C --> D[数学を踏まえて数値結果を解釈し課題を考察];
```

数値結果を出す

数学的根拠やモデル
の中の仮定を学習

数学を踏まえて数値結
果を解釈し課題を考察

2. 実データから入る統計学

統計手法(モデル)の計算ソフトの使い方

```
graph TD; A[統計手法(モデル)の計算ソフトの使い方] --> B[数値結果を出す]; B --> C[数学的根拠やモデルの中の仮定を学習]; B --> D[わかった気分  
克服した達成感  
論文も書ける]; C --> E[数学を踏まえて数値結果を解釈し課題を考察]; D --> F[思考停止];
```

数値結果を出す

数学的根拠やモデル
の中の仮定を学習

数学を踏まえて数値結果を解釈し課題を考察

わかった気分
克服した達成感
論文も書ける

思考停止

3. 数学から入る統計学

目 次		目 次		目 次	
1. 確率と確率空間	1	3. いろいろな確率分布	43	4.2.1 密度関数に基づいた和の確率分布の導出	66
1.1 標本空間と事象	1	3.1 離散型確率分布	43	4.2.2 モーメント母関数に基づいた和の確率分布の導出	67
1.2 確率の定義	5	3.1.1 一様分布	43	4.3 確率変数の最大値と最小値の確率分布*	69
1.3 確率の性質	6	3.1.2 ベルヌーイ分布	43	4.4 変数変換された連続型確率変数の確率分布**	71
1.4 条件付確率	8	3.1.3 二項分布	44	4.4.1 密度関数の変数変換公式**	71
1.5 独立性	9	3.1.4 ポアソン分布	45	4.4.2 t 分布の密度関数の導出**	72
1.6 ベイズの定理	11	3.2 連続型確率分布	46	演習問題	73
1.7 例	13	3.2.1 一様分布	46	5. 大数の法則と中心極限定理	75
1.7.1 くじを引く順番で当たる確率が違うのか	13	3.2.2 指数分布	47	5.1 確率収束と分布収束	75
1.7.2 システム全体の故障確率	14	3.2.3 正規分布	48	5.2 大数の法則	76
1.7.3 この検査は信頼できるのか	15	3.2.4 ガンマ分布	49	5.3 中心極限定理	77
1.8 確率空間**	17	3.2.5 カイ二乗分布と t 分布	49	5.4 発展**	80
演習問題	19	3.3 多次元確率分布	50	演習問題	81
2. 確率変数と確率分布	21	3.3.1 多項分布	50	6. 乱数とシミュレーション*	82
2.1 確率変数と確率分布	21	3.3.2 多次元正規分布	51	6.1 乱数*	82
2.2 期待値と平均と分散	24	3.4 確率分布の平均と分散	52	6.2 モンテカルロ積分*	84
2.3 多次元確率変数と同時確率分布と周辺確率分布	28	3.4.1 一様分布	52	6.3 シミュレーション*	85
2.4 多次元確率変数の特性値	31	3.4.2 二項分布	52	6.3.1 生態系*	86
2.5 確率変数の独立性	33	3.4.3 正規分布	53	6.3.2 正規近似の妥当性*	87
2.6 確率変数の和の平均と分散	34	3.4.4 ガンマ分布	54	7. 標本と統計的推測	89
2.7 確率変数の条件付確率分布	35	3.5 多次元正規分布の性質	54	7.1 標本とパラメータ	89
2.8 確率とモーメントに関連した不等式	37	3.5.1 周辺確率分布	55	7.2 統計的推測	91
2.9 確率変数と確率分布と確率空間**	39	3.5.2 平均と共分散	56	7.3 標本平均と標本分散	92
演習問題	41	3.5.3 密度関数のグラフ	57	7.4 標準化とスチューデント化	95
		3.5.4 独立性と条件付確率分布	58	8. 点推定	96
		3.6 モーメント母関数	59	8.1 推定量	96
		演習問題	62	8.2 推定量の作り方	98
		4. 確率変数の変数変換	64		
		4.1 線形変換された確率変数の確率分布	64		
		4.2 独立な確率変数の和の確率分布	66		

数学から入る標準的な統計学の教科書の目次(「確率と統計」藤澤洋徳著

- 数学が難しい、という学生さんの声
- 実データを手にした時、ここで学ぶ統計手法をどう使うのか想像しにくい。
- 実データに、以前に学習した数種類の統計手法が本当に使える場合はまれ

4. パソコンで統計学の数学を学ぶ

x から y を予測するとき、1次関数か定数か？偶然でも0でない傾きはある

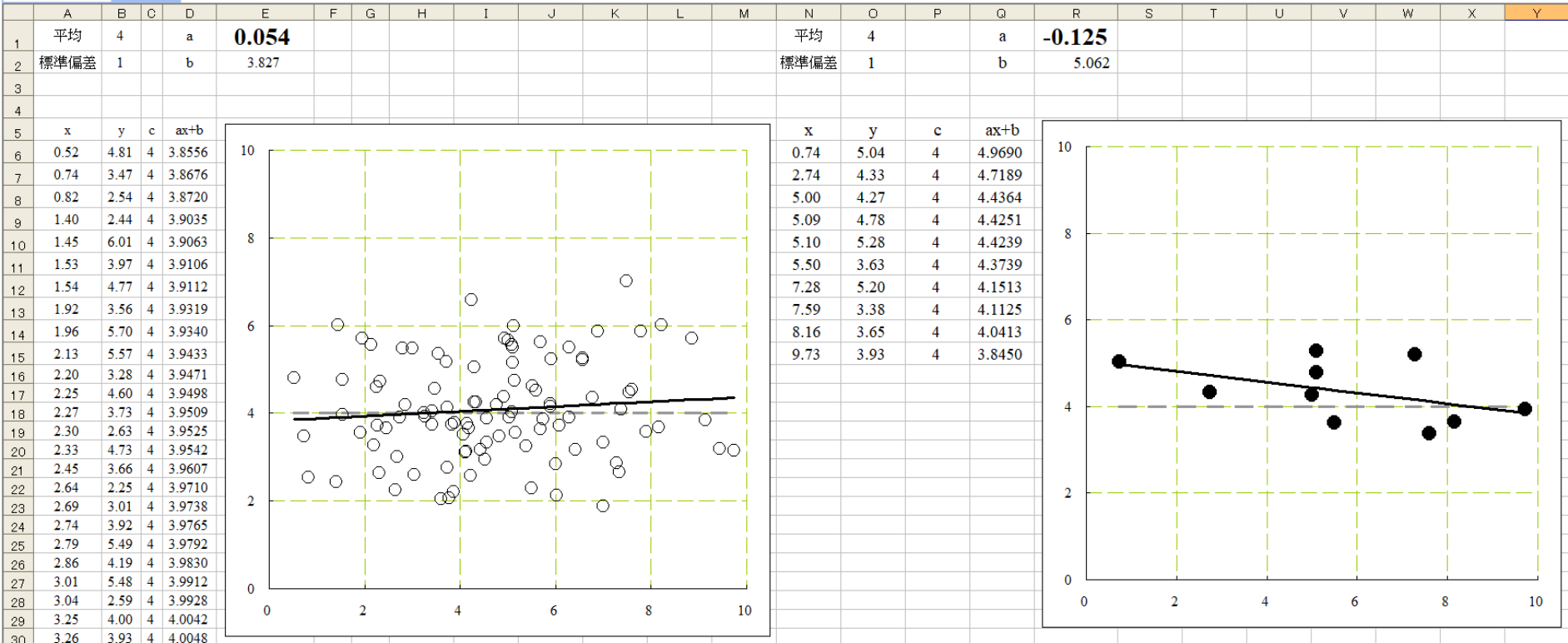
平均	4	a	-0.145
標準偏差	1	b	4.726

x	y	c	ax+b
0.74	5.86	4	4.6193
2.74	2.68	4	4.3297
5.00	2.60	4	4.0025
5.09	4.83	4	3.9894
5.10	2.50	4	3.9880
5.50	5.90	4	3.9301
7.28	3.27	4	3.6724
7.59	4.46	4	3.6275
8.16	4.11	4	3.5449
9.73	2.82	4	3.3176

The scatter plot displays 10 data points (black dots) and a linear regression line (solid black line). The x-axis ranges from 0 to 10, and the y-axis ranges from 0 to 10. A dashed gray line is drawn at y ≈ 4.0, representing the mean of the y-values. The regression line shows a negative correlation, starting at approximately (0, 4.6) and ending at approximately (10, 3.3).

4. パソコンで統計学の数学を学ぶ

x から y を予測するとき、1次関数か定数か？ サンプル数の影響を見る



統計解析を実践するための統計ソフト学習
とは目的が異なる

5. 統計学への入り口を増やす

どの入り口が適切かを議論しても意味がない
人によって最適な入口は違う

情報・数学系以外の学生さんに対する最適解：

異なる入口の統計学を複数用意し（選択授業を設ける）、4年間で2つ以上の入り口から統計学に入れる

名古屋市大(2回生)、東京農工大(1回生)、名古屋大(院)、京都大(院、2019年度まで)

- ・ つまらない授業、難しい授業も重要（黒子、悪役）
- ・ 優先して教えるべきは習熟に時間のかかる概念や考え方。特に最適化、ランダム性などは異なる入口から繰り返し習わないと理解に至らない。
- ・ ソフトの使い方は歳をとってからでも間に合う。

5+. 統計教育の前に...

情報、統計、プログラミングの違い？

情報教育、統計教育、プログラミング教育の違い

- ・ 統計学：.csvファイル(行列で与えられるデータ) を用いて推定や予測をする数学
- ・ プログラミング：統計という数学で実際に数値を導くのに不可欠
- ・ 情報を .csv ファイルに整える作業が先
ここでプログラミング（深層学習（AI）、統計）が必要な場面もある。

これは島谷の解釈

情報とデータ (.csv) の違いの理解が先（本日午前の話）

統計学への入り口を増やす：数学(+PC), 実データ、哲学、...

インターネットは情報交換には便利だが意見交換には不適 ... ？