

PISA2021 数学のフレームワーク

発表者名：深澤弘美

所属：東京医療保健大学 医療情報学科

連絡先：h-fukasawa@thcu.ac.jp

1. はじめに

経済協力開発機構（OECD）は、学力水準の維持・向上を実現するための教育政策の指標を作ることを目的として、2000年から学習到達度調査（PISA）を実施している。3年ごとに15歳児を対象に読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシーの3分野の調査が行われている。2018年には79か国・地域（OECD加盟37か国、非加盟42か国・地域）、約60万人の生徒が調査に参加した。本稿では、AI時代の統計・データサイエンス教育の在り方を考えるために、2018年11月に公表された「PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (DRAFT)」(OECD(2018))に示される数学分野の調査内容を概観する。

2. これまでのPISA調査及びその結果

PISAは3年ごとに読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシーの3つの分野の一つに重点をおいて調査を実施してきた。数学分野を中心とした調査は2003年、2012年に実施され、今回は2021年の予定である。2018年は読解力中心の調査が実施され、我が国では高校1年生が6月から8月の間に約6,100人受験した。日本は読解力が前回調査（2015年）の8位から15位、数学的リテラシーが5位から6位、科学的リテラシーが2位から5位と順位を落とした。

2.1 2018年までの数学的リテラシーの定義

OECDは2018年の調査における数学的リテラシーを2012年調査や2015年調査と同じく次のように定義している。「様々な文脈の中で数学的に定式化し、数学を活用し、解釈する個人の能力。それには、数学的に推論することや、数学的な概念・手順・事実・ツールを使って事象を記述し、説明し、予測することを含む。この能力は、個人が現実世界において数学が果たす役割を認識したり、建設的で積極的、思慮深い市民に求められる、十

分な根拠に基づく判断や意思決定をしたりする助けとなるもの（文部科学省（2019））」

数学リテラシーの調査では、義務教育修了段階の15歳児が持っている数学リテラシーを日常の様々な場面でどれだけ活用できるか、多様な状況の中で生かすことができるかを評価している。2015年よりコンピュータを使用した調査（CBA）が行われ、2018年は生徒のコンピュータに対する態度や経験に関する質問紙調査も実施された。日本は授業でのICT利用率がOECD加盟国で最下位であることがわかり、学校現場でのICT活用には大きな課題があることが改めて浮き彫りとなった。

2.2 2018年数学リテラシーの調査結果

2018年の数学リテラシーの結果(平均得点)は表1のとおりである。

表1 2018 数学リテラシーの結果

	数学的リテラシー
1	北京・上海・江蘇・浙江
2	シンガポール
3	マカオ
4	香港
5	台湾
6	日本
7	韓国
8	エストニア
9	オランダ
10	ポーランド
11	スイス
12	カナダ
13	デンマーク
14	スロベニア
15	ベルギー
16	フィンランド
17	スウェーデン
18	イギリス
19	ノルウェー
20	ドイツ
21	アイルランド
22	チェコ
23	オーストリア
24	ラトビア
25	フランス
26	アイスランド
27	ニュージーランド
28	ポルトガル
29	オーストラリア
30	ロシア

資料：OECD(2018)

前述の通り我が国は過去の調査から順位を落としている。数学的リテラシー（70題）の日本の正答率は53%であり、問題解決のプロセス別にみると「定式化」が43%、「活用」が55%、「解釈」が61%。数学の内容別では「変化と関係」が51%、「空間と形」が47%、

「量」が 60%、「不確実性とデータ」が 53% であった。また、2018 年の調査では国際的な課題への理解や文化的への価値観や態度を評価するグローバル・コンピテンシー調査が導入されたが日本は参加を見送った。

3. PISA2021 の数学的リテラシー

3.1 概要

PISA 2021 数学フレームワークは、数学的推論 (Mathematical Reasoning) と問題解決 (Modeling) サイクルと関連する数学リテラシーの基本概念に基づいて評価の理論的基盤を定義している。このフレームワークは、「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」の 4 つのコンテンツで構成されている(図 1 参照)。この 4 つのコンテンツで構成される数学的な内容を理解して推論し、文脈に沿って問題を解決するためにその知識を適用する能力は、21 世紀の市民にとって重要力であることが示されている。

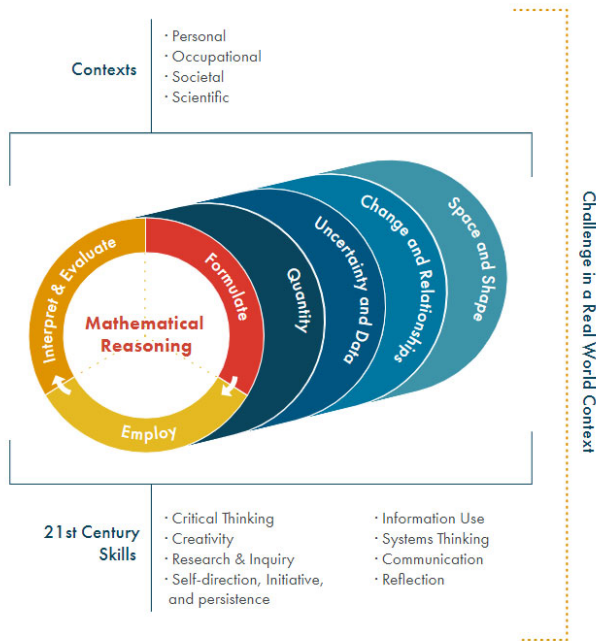


図 1 PISA2021 における数学的推論、問題解決サイクル、数学の内容、21 世紀スキルの関係

得点の割合は、これまで 50%であった「活用」プロセスが 25%に削減され、新たに数学的推論が 25%配点されることになった。

3.2 数学的推論

論理的に推論して公平で説得力のある議論を展開する力は今日ますます重要になっている。さまざまな方法で解析したり、変換したりして数学的に推論することによ

り確かな結論を得ることができる。数学の学習を通して生徒達は正しい推論によって信頼できる結果に到達できることを学ぶ。PISA2021 は数学的推論に必要な力として以下の 6 つをあげている。

- ① 数量、数体系、およびそれらの代数的性質を理解する力
- ② 抽象化と象徴的な表現力を評価する力
- ③ 数学的構造とその規則性を見る力
- ④ 数量間の関数関係の認識する力
- ⑤ 現実世界へのレンズとして数学モデリングを使用する力 (例：物理学、生物学、社会、経済、行動科学で発生するもの)
- ⑥ 変動を統計の中心として理解する力

3.3 問題解決サイクル

PISA2021 数学フレームワークにおいても問題解決サイクルの 3 つのプロセス「定式化」「活用」「解釈と評価」を示し、プロセスごとの評価も行っている。「定式化」とは、状況を数学的に定式化すること、「活用」とは数学的概念や手順、事実を用いて推論すること。「解釈と評価」とは数学的な結果を解釈したり、適用したり、評価したりすることである。

3.4 4 つのコンテンツ

PISA2021 数学フレームワークは、内容の枠組みである 4 つのコンテンツ「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」で構成されている。2021 年の評価では、変化する世界を認識して特に重点を置くトピックとして次の 4 つが特定された。

- ・成長現象 (変化と関係)
- ・幾何学的近似 (空間と形)
- ・コンピュータシミュレーション (量)
- ・条件付き意思決定 (不確実性とデータ)

3.5 PISA 2021 数学フレームワークの新機能

PISA 2021 は、新しい技術やトレンドに牽引されて急速に変化する世の中で生徒たちが数学を用いて考え、検討し、自分自身や社会に対して変動を考慮して判断を下すことができるようになることを目指している。現実世界の問題を解決するために数学を使うだけではなく、数学リテラシーの中核にこの数学的推論をおいた。さらには、技術の変化や発展に伴い、数学的リテラシーの一部とし

「コンピューテーショナル・シンキング」の概念を理解しているかどうかを調査する。コンピューテーショナル・シンキングの力には、パターン認識、抽象化の設計と使用、パターン分解、問題の分析または解決に使用できるツールの決定、詳細な解決方法の一部としてのアルゴリズムの定義が含まれる。PISA2021 は、数学の中でコンピューテーショナル・シンキングの重要性を先取りすることにより、参加国が数学のカリキュラムとコンピューテーショナル・シンキングの教育における役割を熟考することを期待している。

4. 不確実性とデータ uncertainty and data

4.1 変動を統計の中心として理解する力

PISA2021 は、数学的推論に必要な力のひとつとして「変動を統計の中心として理解する力」をあげ、その力を以下のように述べている。統計において変動の理解は重要である。変動の原因とその大きさを考慮しないと誤った判断をくだすことになることがフレームワークに述べられている。統計は、分散（複数変数の場合は共分散行列）を用いて変動を説明またはモデル化することによってさまざまな現象を理解し、重要な決定を下すための確率的環境を提供する。統計が提供する変動を伴う真実は、数学が提供する真実とは異なり、確率的文脈で設定された真実の推定値である。そのため可能な値の範囲を提示するだけで意思決定者には真実が何であるかを確実知ることはできないというジレンマが残る。データのサンプルが大きいほど、あるいはプロセスが優れているほど可能な値の範囲は狭くなるが幅を持つことは避けられない。これらのことはこれまでの PISA 調査においても重視されてきたことであり、統計の理解が難しい所以であろう。変動を統計の中心の特徴として理解することは、引き出すことができる結論の限界を認識してデータに基づいた議論に取り組むことを可能とする大変重要な力である。

4.2 条件付き意思決定

「条件付き意思決定」は「不確実性とデータ」のなかで重点トピックに指定された。その理由と内容は以下の通りである。科学、技術、日常生活には変動とそれに関連する不確実性が存在する。変動と不確実性は確率と統計の理論の中心であり、変動を定量化する感覚を持ち、関連する推論の不確実性と誤

差を認識することが必要である。また、不確実性が存在する状況で引き出された結果を形成する力、解釈する力、評価する力が求められる。その基礎となるデータの表示と読取りは統計において大変重要な概念 (Moore, 1997 [28]) であり、さらに複数の変数の関係を調べる場合には各変数には変動があり、変数間の関係の特徴付ける共変動に着目することが必要となる。これらの相互関係を示すクロス集計表にまとめ、行パーセント、列パーセント、全体パーセントの3種類のパーセンテージから対応する確率の推定値して条件付き意思決定する力が求められる。PISA2021 では、各事象の確率、周辺確率、条件付き確率の意味を深く理解して、データを読み取り適切に意思決定に活用できる力を問う問題が出題される (サンプル問題 7)。

5. PISA2021 サンプル問題

PISA2021 フレームワークでは以下 7 題のサンプル問題が掲載された。1) Smartphone Use, 2) The Beauty of Powers, 3) Always Sometimes Never, 4) Tiling, 5) Purchasing Decisions, 6) Navigation, 7) Savings Simulation. 統計の内容としては 2 変量の分析が取り上げられ、1) では散布図を用いた量的変数の関係を分析する問題、5) ではクロス集計表を用いて質的変数間の関係を整理し、条件付き意思決定を行う問題がサンプルとして掲載された。また、4) プログラミングに関する問題として、If~Then~Else の条件分岐を使って提示された模様を作るサンプル問題も公開された。

5.1 スマートフォンの利用状況の分析

この問題ではアジア各国の人口とスマートフォン利用者のデータが与えられ、スマートフォンの利用率 (人口に対する割合) の求め方 (表計算上の数式)、およびその結果の読み取り (図 2)、さらには人口と利用率、最低賃金と利用率の関係を示す散布図 (図 3) の読み取りに関する設問が示された。散布図に関しては、正の相関 (一方の値が大きくなると他方も大きくなる関係) を示す散布図はどちらかを選ぶ問題である。図 2 に示す通り、解答はコンピュータ画面上で入力でき、解答に必要な分析 (データの並べ替えなど) も操作可能である。

5.2 イヤホンの購買意思決定

PISA2021 で重点トピックとして指定された「条件付き意思決定」に関する問題としては、オンラインショップでイヤホンの購入を検討する場面において、商品レビューの結果から購入者が懸念している配達にかかわる問題が発生する可能性を推定する問題が提示された。レビューの結果としては図4に示す星の数ごとの度数と割合と低いレビュー結果（星一つと二つ）の人が低い点数を付けた理由の集計結果（図5）が示され、クロス集計して推論する問題である。

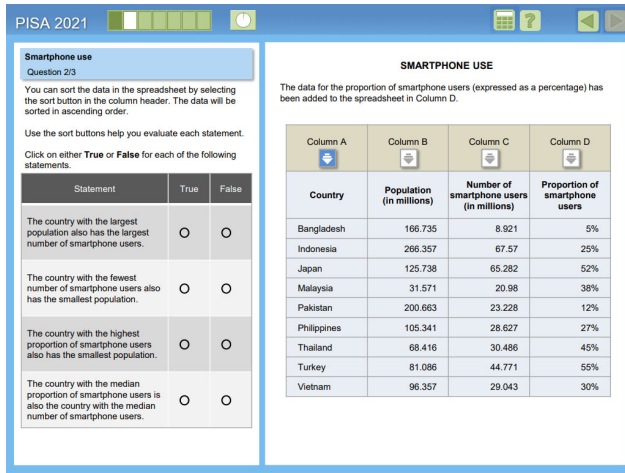


図2 調査画面（スマートフォンの利用状況①）

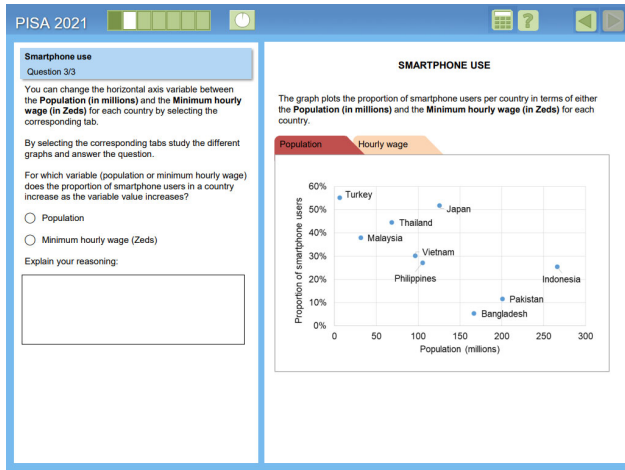


図3 調査画面（スマートフォンの利用状況②）

6. まとめ

PISA2021 数学のプレームワークを見ると、学校教育における統計の重要性がますます高くなっていることがわかる。そしてその内容は、コンピュータやネットワークの普及に伴って必要とされるデータサイエンスのカリキュラムとも共通する点がある。重点トピックとして挙げられた「変動を統計の中心として理解する力」や「条件付き意思決定」、さらにはコンピュータシミュレーション

においても統計の概念が必要とされ、グラフ、分布、中心傾向、標本から母集団の推測などの基礎的な内容に加え、新たな力を問う問題が加わる。PISAは15歳児を対象とした調査ではあるがここで示される数学フレームワークは、高等学校での学びを含めた学校教育における数学及びデータサイエンスの学ぶの参考になるであろう。数学リテラシーを含めてデータサイエンスの能力が広く一般市民に求められる力であることは間違いないであろう。

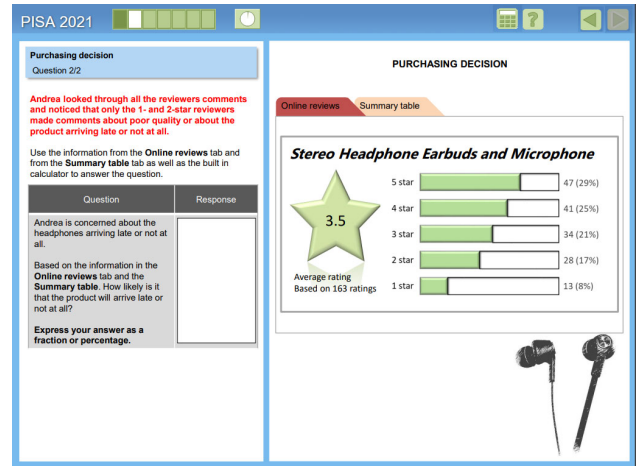


図4 調査画面（イヤホンの購買意思決定①）

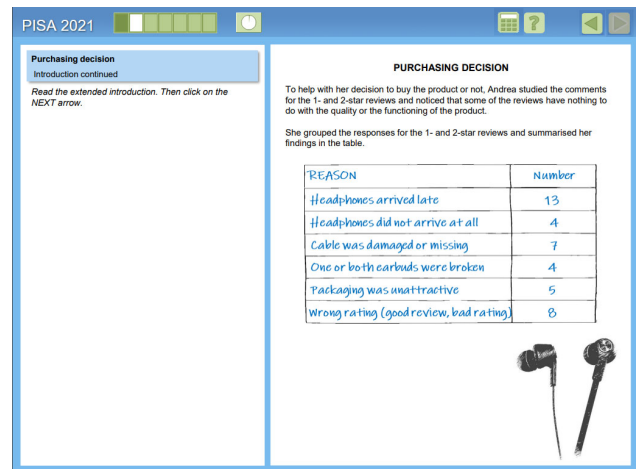


図5 調査画面（イヤホンの購買意思決定②）

参考文献

文部科学省 (2019), OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) Programme for International Student Assessment ~ 2018 年調査国際結果の要約~, 令和元 (2019) 年 12 月, 国立教育政策研究所.
 OECD(2018), PISA2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (DRAFT), November 2018.
 Moore, D. (1997), "New Pedagogy and New Content: The Case of Statistics", International Statistical Review, Vol. 65/2, pp. 123-165.